

INDEX

S.N.	TOPIC	Page No.
1.	वैद्युत आवेश	01
2.	वैद्युत आवेश के मूलभूत गुण	03
3.	मिलिकन का तेल बिंदु प्रयोग	04
4.	प्रेरण द्वारा आवेशन	06
5.	चालक, विद्युतरौंदी, अर्द्ध-चालक	07
6.	कूलॉम का नियम	08
7.	बहु-आवेशों के मध्य बल	12
8.	विद्युत क्षेत्र	15
	(i) बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र	16
	(ii) आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र	18
9.	विद्युत क्षेत्र रेखाएँ	20
10.	विद्युत फ्लक्स	22
11.	विद्युत द्विध्रुव तथा द्विध्रुव आधूर्ण	25
12.	विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र	26
13.	एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित द्विध्रुव पर बल तथा बल आधूर्ण	29
14.	सतत आवेश वितरण	32
15.	गाउस का नियम	33
16.	गाउस नियम के अनुप्रयोग -	
	(i) अनंत लंबाई के आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्र	36
	(ii) समरूप आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र	38
	(iii) समरूप आवेशित अनंत समतल चादर (परत) के कारण विद्युत क्षेत्र	41



1. वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

वैद्युत आवेश -

पदार्थ का वह गुण जिसके कारण वह वैद्युत एवं चुम्बकीय प्रभाव उत्पन्न करता है या इसका अनुभव करता है वैद्युत आवेश कहलाता है।

उदाहरण:- * आकाश में बिजली कड़कना,
* आवेशित रुधों से कागज के टुकड़े चिपकना,
* बस की सीट पर खिसकने के बाद उसमें लगी लोहे की छड़ को पकड़ने पर वैद्युत झटके का अनुभव

वैद्युत आवेश से सम्बन्धित महत्वपूर्ण तथ्य -

- (1.) विद्युत आवेश केवल दो प्रकार के होते हैं। तथा दोनों की प्रकृति एक दूसरे के विपरीत होती है।
- (2.) समान प्रकृति के आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं तथा विपरीत प्रकृति के आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते हैं।
- (3.) किसी वस्तु पर आवेश की उपस्थिति बताने के लिए "स्वर्णपत्र वैद्युतदर्शी (Gold Leaf electroscope)" उपकरण का प्रयोग किया जाता है।



- (4.) विपरीत आवेश एक दूसरे के संपर्क में आने पर एक दूसरे को निरस्त कर देते हैं इसलिए अमेरिकी वैज्ञानिक "बेंजामिन फ्रेंकलिन" ने इन आवेशों को धनात्मक तथा ऋणात्मक नाम दिया।

(5.) सामान्यतया वस्तुएँ वैद्युत उदासीन होती हैं क्योंकि उनमें आवेश सन्तुलन की अवस्था में होते हैं।

परमाणु के सबसे बाहरी कक्षक के इलेक्ट्रॉन नाभिक से दूर होने के कारण बहुत कम बल से नाभिक से बंधे हुए रहते हैं। जिन्हें थोड़ी सी ऊर्जा देकर आसानी से कक्षक से बाहर निकाला जा सकता है। इन्हें मुक्त इलेक्ट्रॉन कहते हैं।

(6.) जो परमाणु या वस्तु इलेक्ट्रॉन खोती है उस पर धनावेश तथा जो ग्रहण करती है उस पर ऋणवेश आ जाता है।

(7.) एक स्थिर आवेश अपने चारों ओर केवल विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि गतिमान आवेश विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों उत्पन्न करता है।

यदि आवेश नियत वेग से गतिमान हो तो यह केवल विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि त्वरित आवेश विद्युत क्षेत्र, चुम्बकीय क्षेत्र एवं विद्युत चुम्बकीय विकिरण उत्सर्जित करता है।

$$\oplus \quad v = 0$$

E

$$\oplus \quad v = \text{नियत}$$

E व B

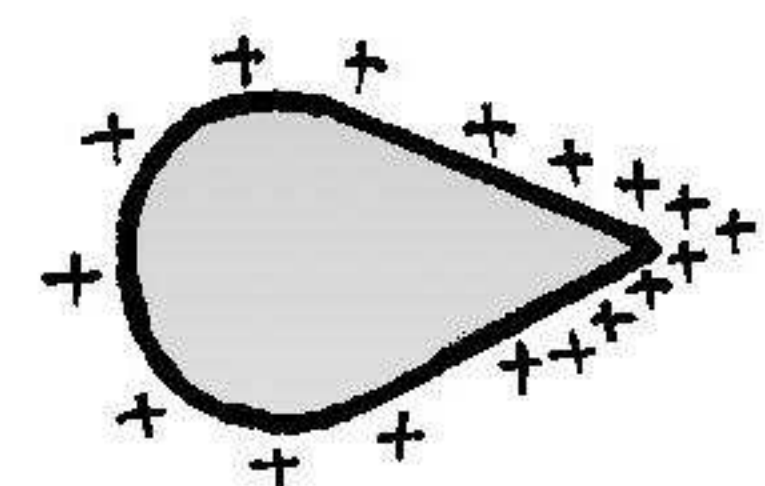
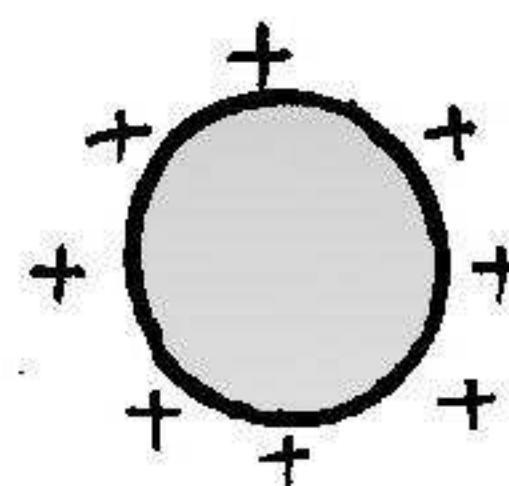
$$\oplus \quad v \neq \text{नियत}$$

E, B व उर्जा उत्सर्जन

(8.) किसी भी चालक को दिया गया आवेश सदैव उसकी बाहरी सतह पर रहता है। अर्थात् समान त्रिज्या के दोस तथा खोखले गोले समान आवेश धारण करते हैं।

(9.) समरूप सतह पर आवेश एक समान रूप से वितरित होता है एवं असमरूप सतह पर आवेश घनत्व एक समान नहीं होता है आवेश उन बिन्दुओं पर अधिकतम होता है जहाँ वक्रता त्रिज्या न्यूनतम है।

$$\sigma \propto \frac{1}{R}$$



(10.) साबुन का बुलबुला आवेशित होने पर फैलता है क्योंकि सतह के ऊपर समान आवेशों के मध्य प्रतिकर्षण होने के कारण बुलबुले की सतह का क्षेत्रफल बढ़ता है।

विद्युत आवेश के मूलभूत गुण -

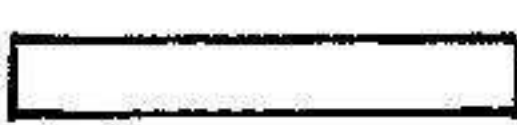
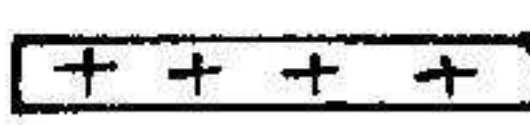
(1) आवेशों का योग -

विद्युत आवेश एक अदिश राशि है। अतः किसी निकाय का कुल आवेश घनात्मक तथा ऋणात्मक आवेश के अनुसार उपर्युक्त चिन्ह लगाकर साधारण योग द्वारा सात किया जाता है।

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$$

(2) विद्युत आवेश संरक्षण -

विद्युत आवेश को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है, इसे केवल एक वस्तु से दूसरी वस्तु पर स्थानान्तरित किया जा सकता है, अर्थात् किसी भी विद्युत निकाय का आवेश संरक्षित रहता है।

	+		$\Rightarrow$		+	
$q_1 = 0$		$q_2 = 0$		$q_1 = +q$		$q_2 = -q$
$Q = q_1 + q_2 = 0$				$Q = q_1 + q_2 = +q - q = 0$		

(3) विद्युत आवेश का क्वांटमीकरण -

किसी वस्तु पर आवेश का कुल मान सदैव मूल आवेश $e (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$ का पूर्ण गुणज होता है।

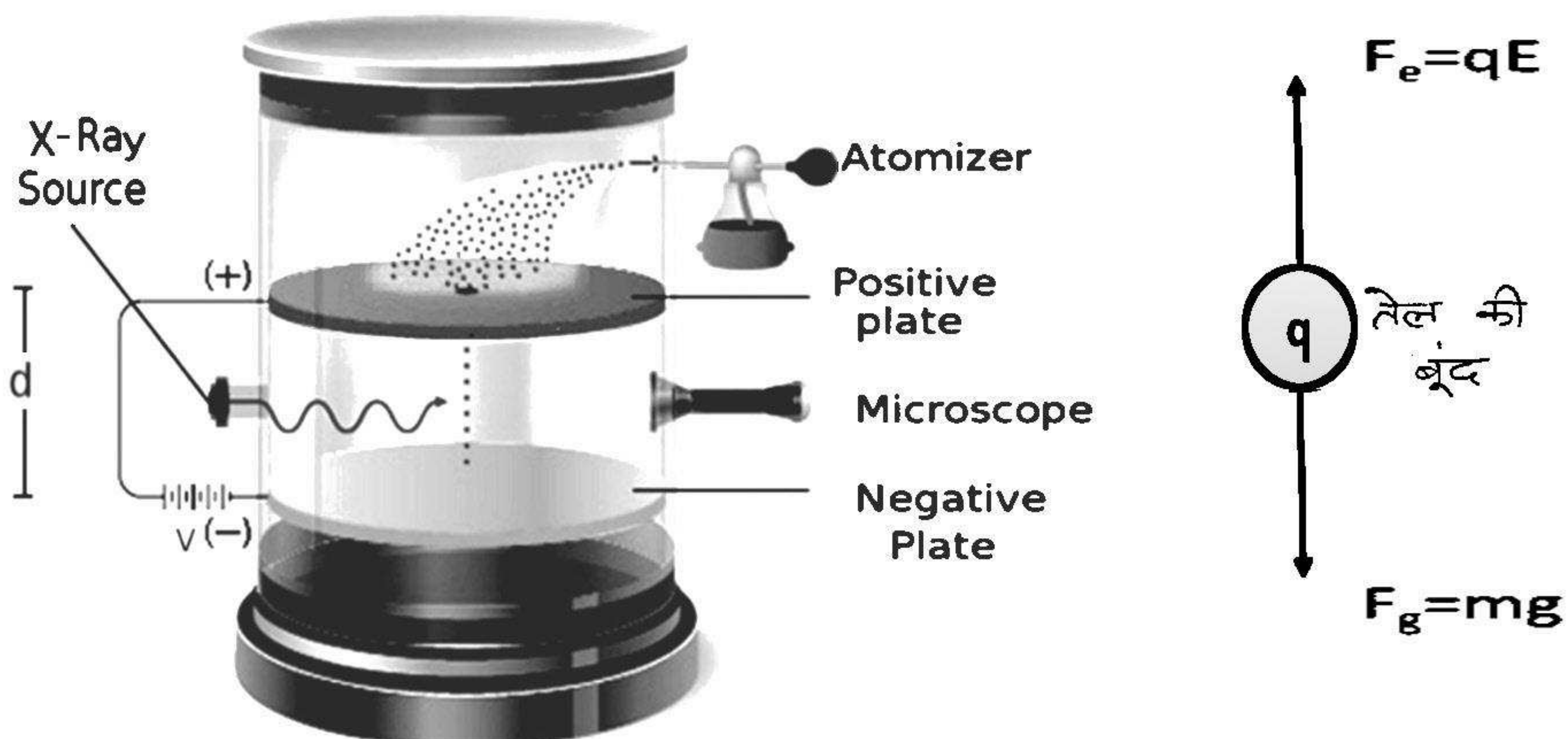
$$Q = \pm ne$$

Note- आवेश के क्वांटमीकरण की खोज रॉबर्ट स मिलिकन ने तेल बिंदु प्रयोग से की थी।

- * SI पद्धति में आवेश का मात्रक कूलाम है।
- * 1 कूलाम - 6.24×10^{18} इलेक्ट्रॉनों पर कुल आवेश 1 कूलाम के बराबर होता है।
- * 1 इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m_e) = $9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$.
- * 1 प्रोटोन का द्रव्यमान (m_p) = $1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$.

मिलिकन का तेल बिन्दू प्रयोग -

इलेक्ट्रॉन पर आवेश ज्ञात करने के लिए मिलिकन ने "तेल बिन्दू प्रयोग" किया।



जब तेल की बूंद स्थिर दिखाई देती है तब तेल की बूंद पर कार्यरत बल

गुरुत्वाकर्षण बल = स्थिरवैद्युत बल

$$mg = qE$$

$$q = \frac{mg}{E}$$

या

$$q = \frac{mgd}{V}$$

द्रव्यमान = घनत्व $\times$ आयतन

$$m = d' \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

Q. मिलिकन तेल बिन्दू प्रयोग में $2.55 \times 10^4 \text{ N/C}$ के निम्न विद्युत क्षेत्र के प्रभाव में 12 इलेक्ट्रॉन आधिक्य की कोई तेल की बूंद स्थिर रखी जाती है तो बूंद की त्रिज्या का आकलन कीजिए। तेल का घनत्व 1.26 gm/cc है।

Sol. तेल की बूंद का द्रव्यमान $m = d \times \frac{4}{3} \pi r^3$

जब तेल की बूंद स्थिर रहेगी तब $mg = qE$

$$d \times \frac{4}{3} \pi r^3 \times g = qE$$

$$r^3 = \frac{12 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.55 \times 10^4}{1.26 \times \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times 9.8}$$

$$r^3 = 0.947 \times 10^{-18} \text{ m}^3$$

$$r = (0.947 \times 10^{-18})^{1/3} = 9.81 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Q. एक पॉलीथीन के डुन्डे को ऊन से रगड़ने पर, ऊन पर $3 \times 10^{-7} \text{ C}$ ऋणावेश आ जाता है। इस प्रक्रिया में कितने इलेक्ट्रॉन स्थानांतरित हुए? क्या इसमें द्रव्यमान भी स्थानांतरित होता है?

Sol. आवेश $Q = 3 \times 10^{-7} \text{ C} = ne$

$$\text{अतः } n = \frac{3 \times 10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.875 \times 10^{12}$$

इस प्रक्रिया में ऊन पर इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ती है
अतः उसके द्रव्यमान में वृद्धि होगी।

$$1 \text{ इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान} = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg.}$$

$$\text{अतः स्थानांतरित द्रव्यमान } m = 1.875 \times 10^{12} \times 9.1 \times 10^{-31}$$

$$m = 1.7 \times 10^{-18} \text{ kg.}$$

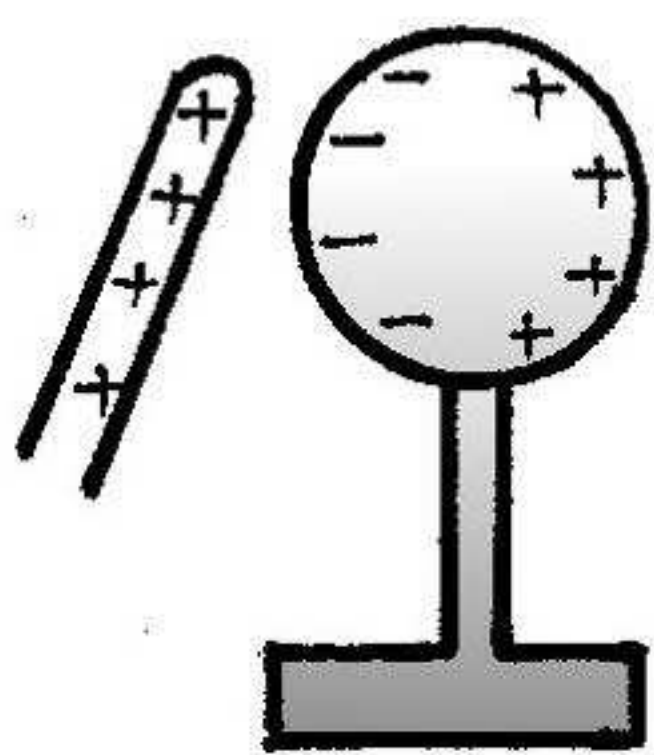
प्रेरण द्वारा आवेशन -

वह प्रक्रिया जिसेके अन्तर्गत एक आवेशित वस्तु द्वारा अनावेशित वस्तु पर स्पर्श किए बिना विपरीत प्रकृति का आवेश उत्पन्न कर दिया जाये, प्रेरण द्वारा आवेशन कहलाती है।

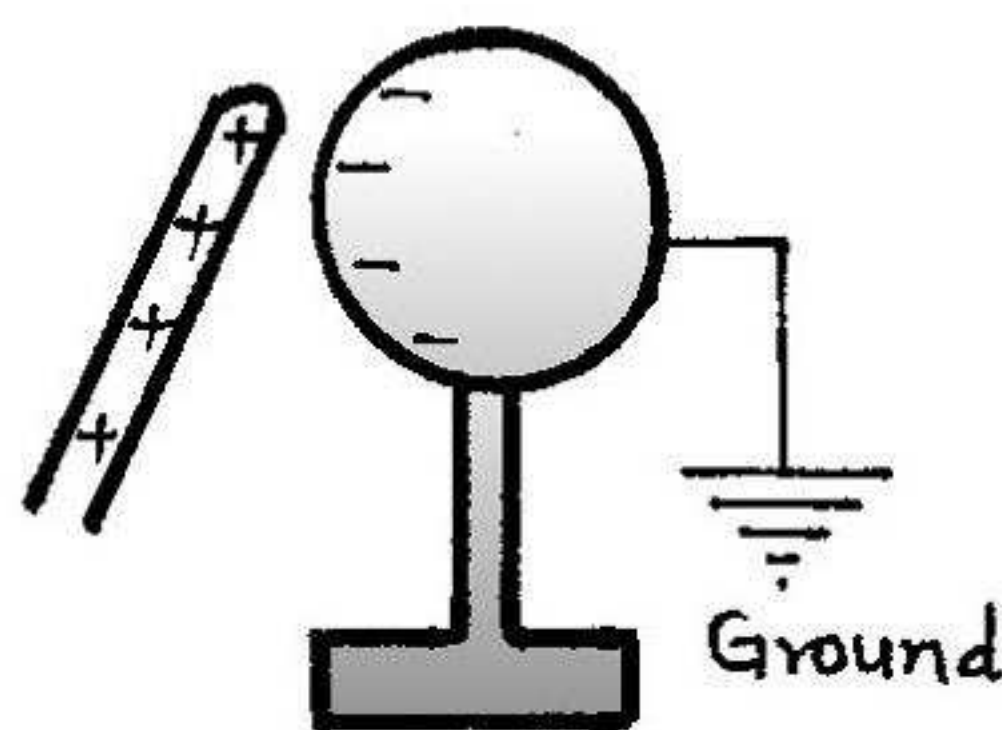
जब किसी आवेशित दृ. को किसी विद्युत उदासीन वस्तु के निकट लाते हैं तो दृ. वस्तु के पास वाले पृष्ठ पर विपरीत प्रकृति का आवेश प्रेरित करती है तथा समान प्रकृति के आवेश वस्तु के दूर वाले पृष्ठ पर चले जाते हैं। दोनों प्रकार के आवेशों में कुछ प्रथम होता है। इस प्रकार उत्पन्न आवेश प्रेरित आवेश कहलाता है।

Method 1 :

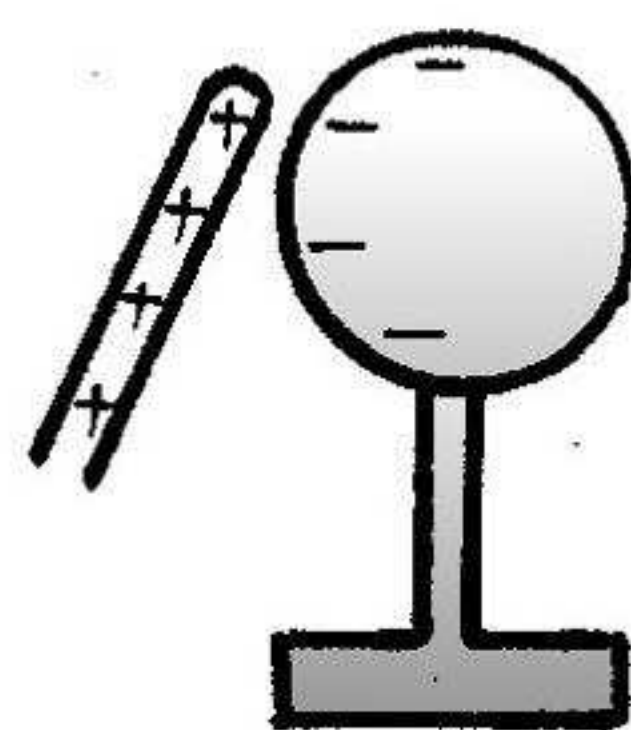
- (i) एक धनात्मक आवेशित दृ. को एक अनावेशित धातु के गोले के पास लाते हैं।
- (ii) अब धातु के गोले को आवेशित दृ. पास रखते हुए भूसंपर्कित कर दिया जाता है ताकि गोले का धनात्मक पृष्ठ भूमि से इलेक्ट्रॉनों को आकर्षित कर उदासीन हो जाये।



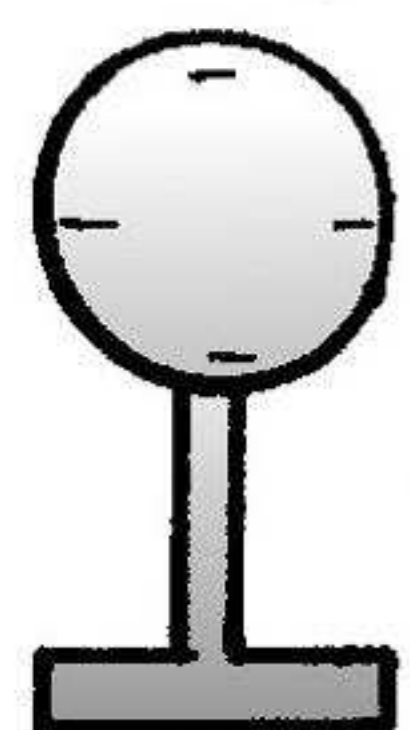
(a)



(b)



(c)

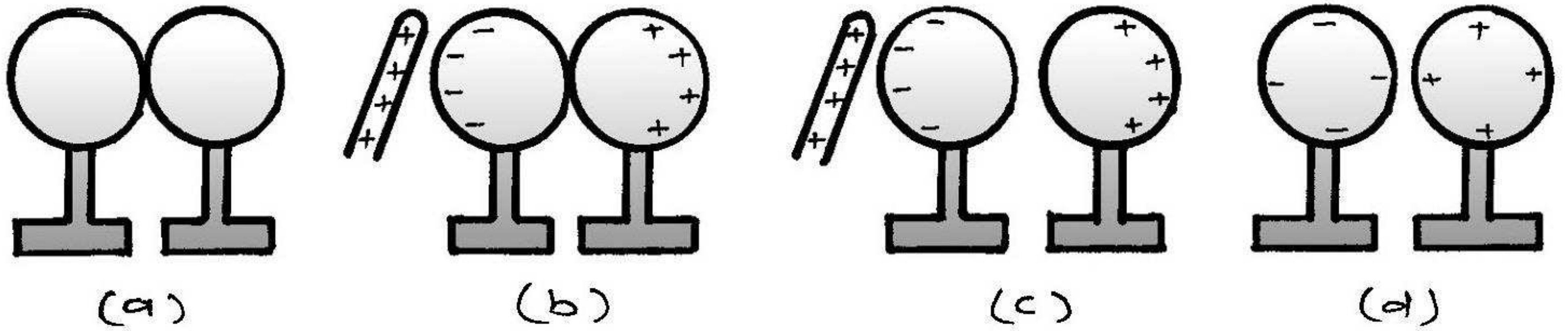


(d)

- (iii) अब गोले का भूसंपर्कन दृ. लिया जाता है।
- (iv) अन्त में धनात्मक आवेशित दृ. को भी दृ. लिया जाता है। गोले पर प्रेरित ऋणात्मक आवेश गोले की संपूर्ण पृष्ठ पर समान रूप से वितरित हो जाता है।
- (v) इस प्रकार धातु के गोले को बिना स्पर्श के ही प्रेरण द्वारा आवेशित किया जा सकता है।

Method 2 :

- (i) विद्युत्रोधी स्टैंड पर रखे दो धातु के गोलों A तथा B को एक दूसरे के संपर्क में लाते हैं।
- (ii) एक धनावेशित छड़ को गोले A के निरुद्ध लाते हैं जिससे गोलों के इलेक्ट्रॉन छड़ की ओर आकर्षित होते हैं तथा गोले B के पिछले पृष्ठ पर धनावेश की अधिकता हो जाती है।



- (iii) धनावेशित छड़ को गोले A के पास रखते हुए दोनों गोलों को एक दूसरे से पृथक् कीजिए। जिससे गोलों पर विपरीत प्रकृति के आवेश रह जाते हैं।
- (iv) छड़ को हटा लीजिए, अब दोनों गोलों पर आवेश एक समान रूप से वितरित हो जाता है।

चालक, विद्युत्रोधी तथा अर्धचालक -

चालक	विद्युत्रोधी	अर्धचालक
वह पदार्थ जो अपने में से होकर विद्युत आवेश या विद्युत धारा को प्रवाहित होने देते हैं, चालक कहलाते हैं। उदाहरण - सभी धातुएँ, पृथ्वी, मानव शरीर इत्यादि।	जो पदार्थ अपने में से होकर विद्युत आवेश या धारा को प्रवाहित नहीं होने देते अर्थात् विरोध करते हैं, वे विद्युत्रोधी कहलाते हैं। उदाहरण - प्लास्टिक, लकड़ी, सिरेमिक इत्यादि।	वह पदार्थ जो आवेश या विद्युत धारा की गति का विरोध तो करते हैं परन्तु इस अवरोध का मान चालकों व विद्युत्रोधी के मध्यवर्ती होता है, वे अर्धचालक कहलाते हैं। उदाहरण - Si, Ge, C इत्यादि।

कूलॉम का नियम -

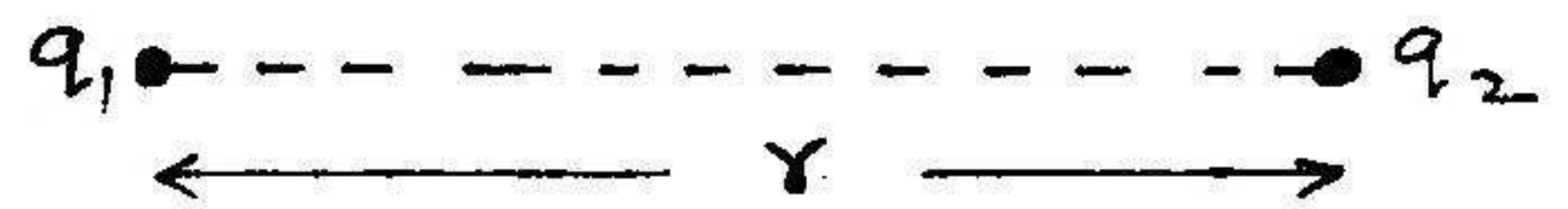
किन्हीं दो बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाला आकर्षण या प्रतिकर्षण बल आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है। इसे कूलॉम का व्युत्क्रम का नियम भी कहते हैं।

$$F \propto q_1 q_2$$

तथा $F \propto 1/r^2$

या $F \propto q_1 q_2 / r^2$



या

$$F = \frac{K q_1 q_2}{r^2}$$

यहाँ K स्थिरवैद्युत नियतांक है।

SI पद्धति में $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

यहाँ ϵ_0 को निर्वात की विद्युतशीलता कहते हैं।

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

* K का मान दोनों आवेशों के मध्य माध्यम पर निर्भर करता है।

परवैद्युतांक (ϵ_r) -

जब दोनों आवेशों को किसी माध्यम में रखा गया हो तो -

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

जहाँ ϵ माध्यम की विद्युतशीलता है।

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad \text{या}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

यहाँ ϵ_r = माध्यम की आपेक्षिक विद्युतशीलता

अतः माध्यम में आवेशों के मध्य लगने वाला स्थिरवैद्युत बल

$$F_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \times \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

अर्थात्

$$\frac{F}{F_m} = \epsilon_r$$

$\Rightarrow$

$$F_m = \frac{F}{\epsilon_r}$$

निर्वात तथा माध्यम में उपस्थित बिंदु आवेशों के बीच लगने वाले स्थिरवैद्युत बलों का अनुपात माध्यम के परावैद्युतांक के बराबर होता है।



* निर्वात / हवा के लिए परावैद्युतांक 1, तथा धातुओं के लिए परावैद्युतांक का मान अनन्त (∞) होता है।

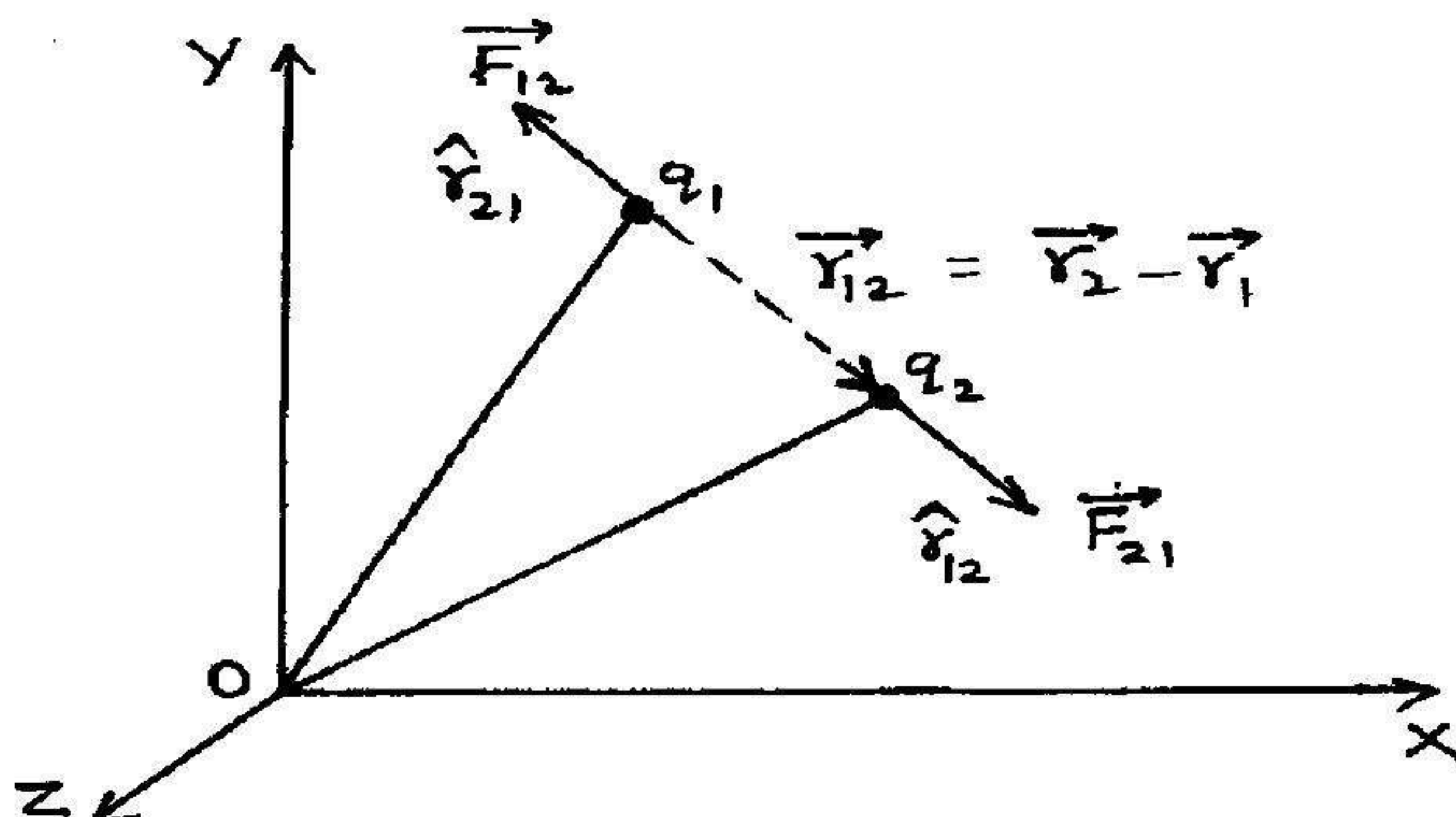
$$1 \leq \epsilon_r \leq \infty$$

* स्थिरवैद्युत बल गुरुत्वीय बल की तुलना में बहुत अधिक प्रबल होता है।

कूलॉम के नियम का सदिश निरूपण -

दो बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाले स्थिरवैद्युत बल की दिशा बताने के लिए कूलॉम नियम को सदिश रूप में प्रदर्शित किया जाता है।

माना कि दो बिन्दु आवेश q_1 तथा q_2 हैं जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r}_1$ तथा $\vec{r}_2$ हैं।



आवेश q_1 द्वारा q_2 पर आरोपित बल को $\vec{F}_{21}$ द्वारा तथा q_2 द्वारा q_1 पर आरोपित बल को $\vec{F}_{12}$ से निरूपित करते हैं।

यदि q_1 के सापेक्ष q_2 का स्थिति सदिश $\vec{r}_{12}$ हो तो -

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

यहाँ $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$

अतः $\vec{r}_{21} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

यदि $\hat{r}_{21}$ तथा $\hat{r}_{12}$ क्रमशः सदिशों $\vec{r}_{21}$ तथा $\vec{r}_{12}$ के एकांक सदिश हों तो -

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$$

तथा

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$

इस प्रकार कूलॉम के नियम से निर्वात में स्थित आवेश q_2 पर आवेश q_1 के कारण लगने वाला विद्युत बल निम्न होगा -

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- (i) यदि q_1 तथा q_2 समान प्रकृति के हैं तो $q_1 q_2 > 0$ अर्थात् धनात्मक है। अतः $\vec{F}_{21}$ की दिशा सदिश $\vec{r}_{12}$ के अनुदिश होगी।
- (ii) यदि q_1 तथा q_2 विपरीत प्रकृति के हैं तो $q_1 q_2 < 0$ अर्थात् ऋणात्मक है। अतः $\vec{F}_{21}$ की दिशा सदिश $-\vec{r}_{12}$ के अनुदिश या सदिश $\vec{r}_{21}$ के अनुदिश अन्दर की ओर होगी।

Q. (a) किसी परावैद्युत माध्यम का परावैद्युतांक 6 है। इसकी निरपेक्ष विद्युतशीलता क्या होगी।

(b) दो बिन्दु आवेशों को वायु में एक निश्चित दूरी पर रखने पर उनके बीच 80 N का बल कार्य करता है। जब इन्हीं आवेशों को एक परावैद्युत माध्यम में इतनी ही दूरी पर रखा जाता है तो इस बल का मान 8 N हो जाता है। माध्यम का परावैद्युतांक ज्ञात कीजिए।

Sol. (a) किसी माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता
 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

अतः $\epsilon = 6 \times 8.85 \times 10^{-12} = 53.16 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$.

(b) वायु में किन्हीं दो आवेशों के मध्य कार्यरत विद्युत बल -
 $F = Kq_1q_2/r^2$

और किसी परावैद्युत माध्यम में उतनी ही दूरी पर उन्हीं आवेशों के मध्य कार्यरत बल

$$F_m = \frac{F}{\epsilon_r}$$

अतः $\epsilon_r = \frac{F}{F_m} = \frac{80}{8} = 10$

अतः माध्यम का परावैद्युतांक $\epsilon_r = 10$ है।

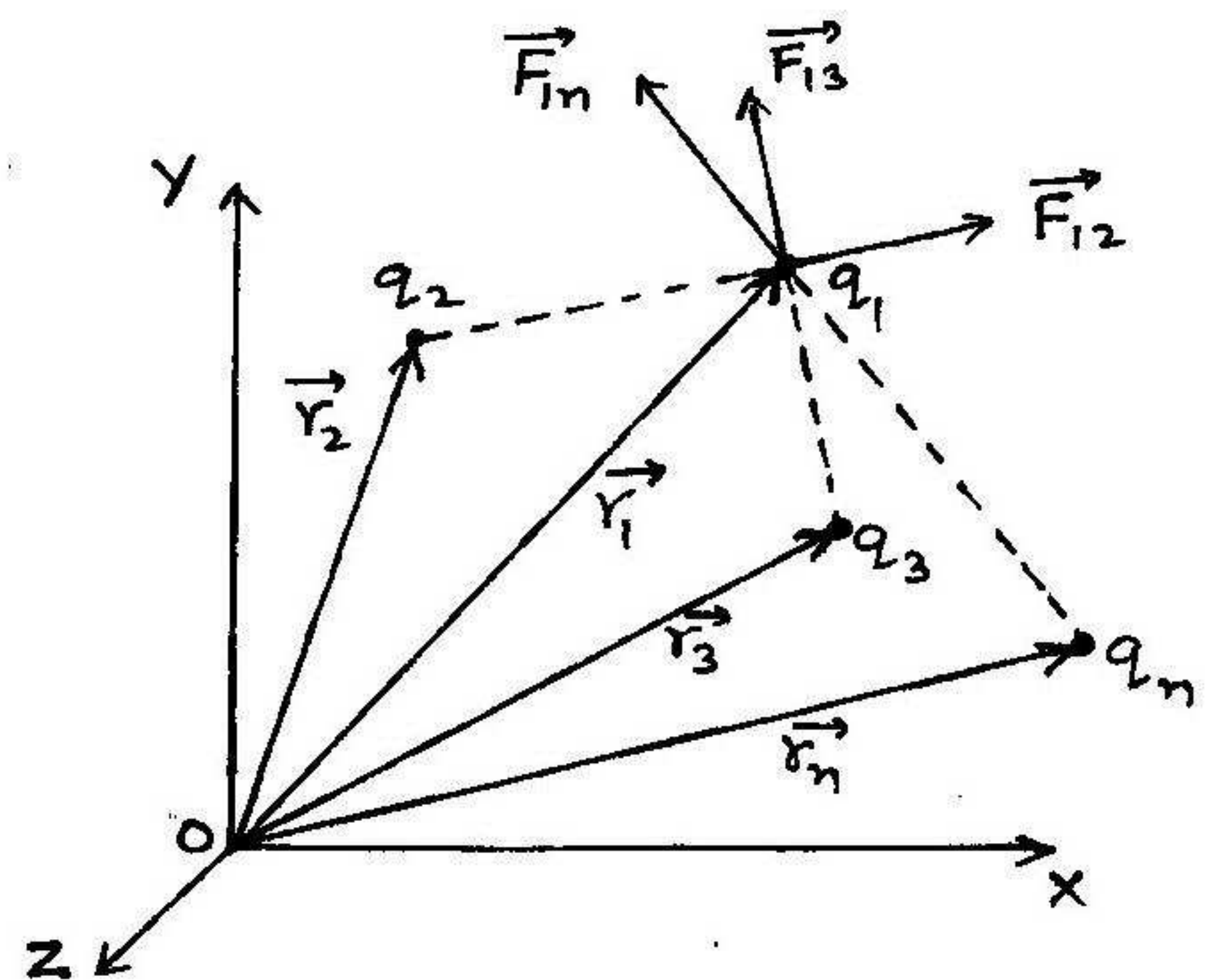
बहु-आवेशों के मध्य बल तथा अध्यरोपण का सिद्धान्त-

अध्यरोपण सिद्धान्त के अनुसार "किसी आवेश पर कार्यरत परिणामी विद्युत बल, अन्य आवेशों के द्वारा स्वतंत्र रूप से इस आवेश पर लगने वाले मूलोंम बलों के सदिश योग के बराबर होता है।"

माना कि $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ आवेश किसी क्षेत्र में उपस्थित हैं जिनके मूल बिन्दु 0 के सापेक्ष स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$ हैं।

अतः आवेश q_1 पर परिणामी बल

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n}$$



या
$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} + \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} \hat{r}_{31} + \dots + \frac{q_1 q_n}{r_{n1}^2} \hat{r}_{n1} \right]$$

या
$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 \sum_{i=2}^n \frac{q_i}{r_{i1}^2} \hat{r}_{i1}$$

Q. दो समान धनावेश जिनमें प्रत्येक का आवेश $2\mu C$ है, एक तीसरे धनावेश जिस पर आवेश $3\mu C$ है, के निम्न चित्रानुसार व्यवस्थित हैं। $3\mu C$ के तीसरे धनावेश पर आरोपित बल का परिमाण तथा दिशा ज्ञात कीजिए।

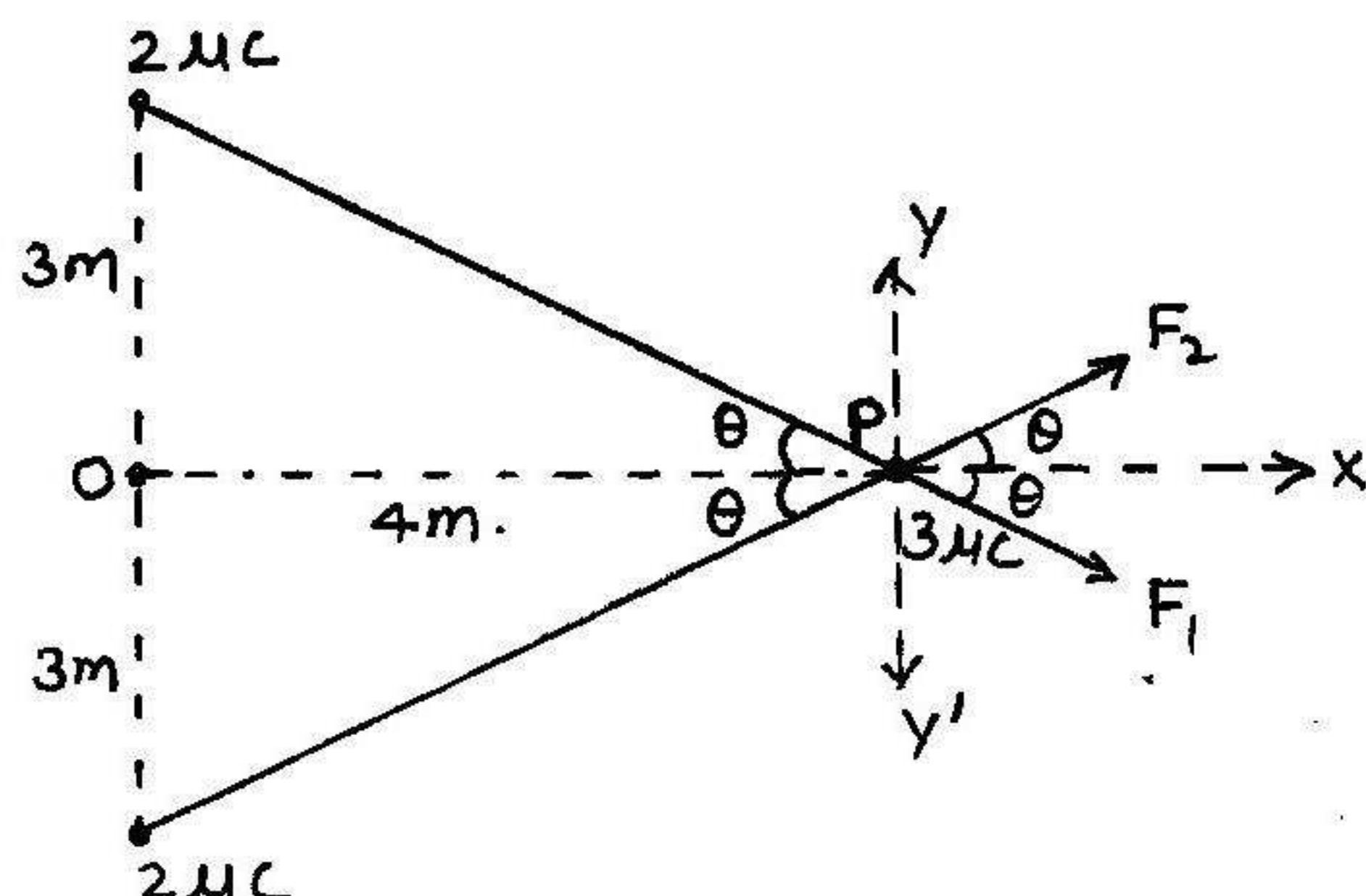
Sol.

यहाँ $OA = OB = 3m$.

तथा $OP = 4m$.

$$\text{अतः } AP = BP = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$AP = BP = 5m.$$



बिन्दु P पर रखे $3\mu C$ के आवेश पर, बिन्दु A तथा B पर रखे आवेशों के कारण बलों का परिमाण समान होगा अतः -

$$F_1 = F_2 = \frac{Kq_1q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(5)^2}$$

$$\text{या } F_1 = F_2 = 2.16 \times 10^{-3} \text{ N}$$

यहाँ पर बलों F_1 तथा F_2 के Y तथा Y' अक्षों के अनुदिश घटक परिमाण में समान किन्तु विपरीत दिशा में होंगे अतः वे एक दूसरे को निरस्त कर देंगे।

बलों F_1 तथा F_2 के PX के अनुदिश घटक परिमाण में समान तथा समान दिशा में होंगे अतः $3\mu C$ आवेश पर

$$\text{कुल बल } F = 2F_1 \cos \theta = 2 \times 2.16 \times 10^{-3} \times \frac{4}{5}$$

$$F = 3.5 \times 10^{-3} \text{ N}$$

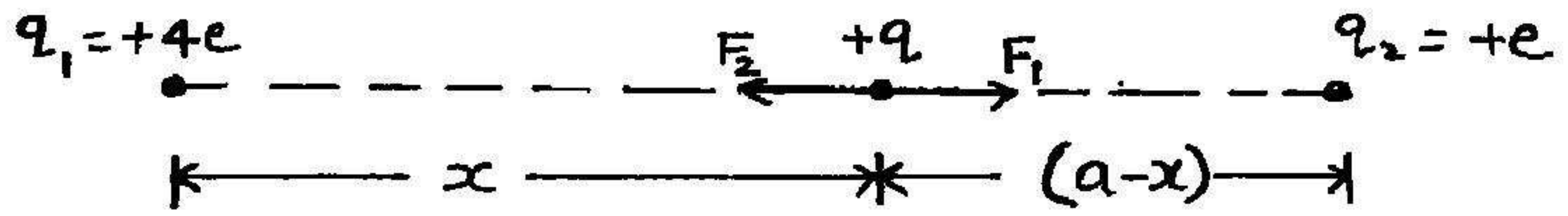
Q. दो बिन्दु आवेश $+4e$ तथा $+e$ एक दूसरे से 'a' दूरी पर स्थित हैं। एक तीसरे बिन्दु आवेश को किस बिन्दु पर रखा जाये ताकि संपूर्ण निकाय संतुलन में रहे ?

Sol.

तीसरे बिन्दु आवेश q को संतुलन में रखने के लिए आवश्यक है कि इस पर $+4e$ तथा $+e$ आवेशों के कारण लगने वाले प्रतिकर्षण बल समान तथा विपरीत दिशा में हों।

अतः

$$F_1 = F_2$$



$$\frac{kq \cdot 4e}{x^2} = \frac{kq \cdot e}{(a-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(a-x)^2}$$

$\Rightarrow$

$$x = \frac{2a}{3}$$

Q.
CBSE
2011

आवेशों के दो युग्मों $(1\mu C, 2\mu C)$ और $(2\mu C, -3\mu C)$ के लिए कूलॉम बल F का $1/r^2$ के साथ परिवर्तन दिखाने के लिए आलेख बनाइये। दोनों ही युग्मों में आवेशों के बीच की दूरी r है। प्राप्त आलेखों की व्याख्या कीजिए।

Sol. परस्पर r दूरी पर स्थित आवेशों के मध्य कूलॉम बल -

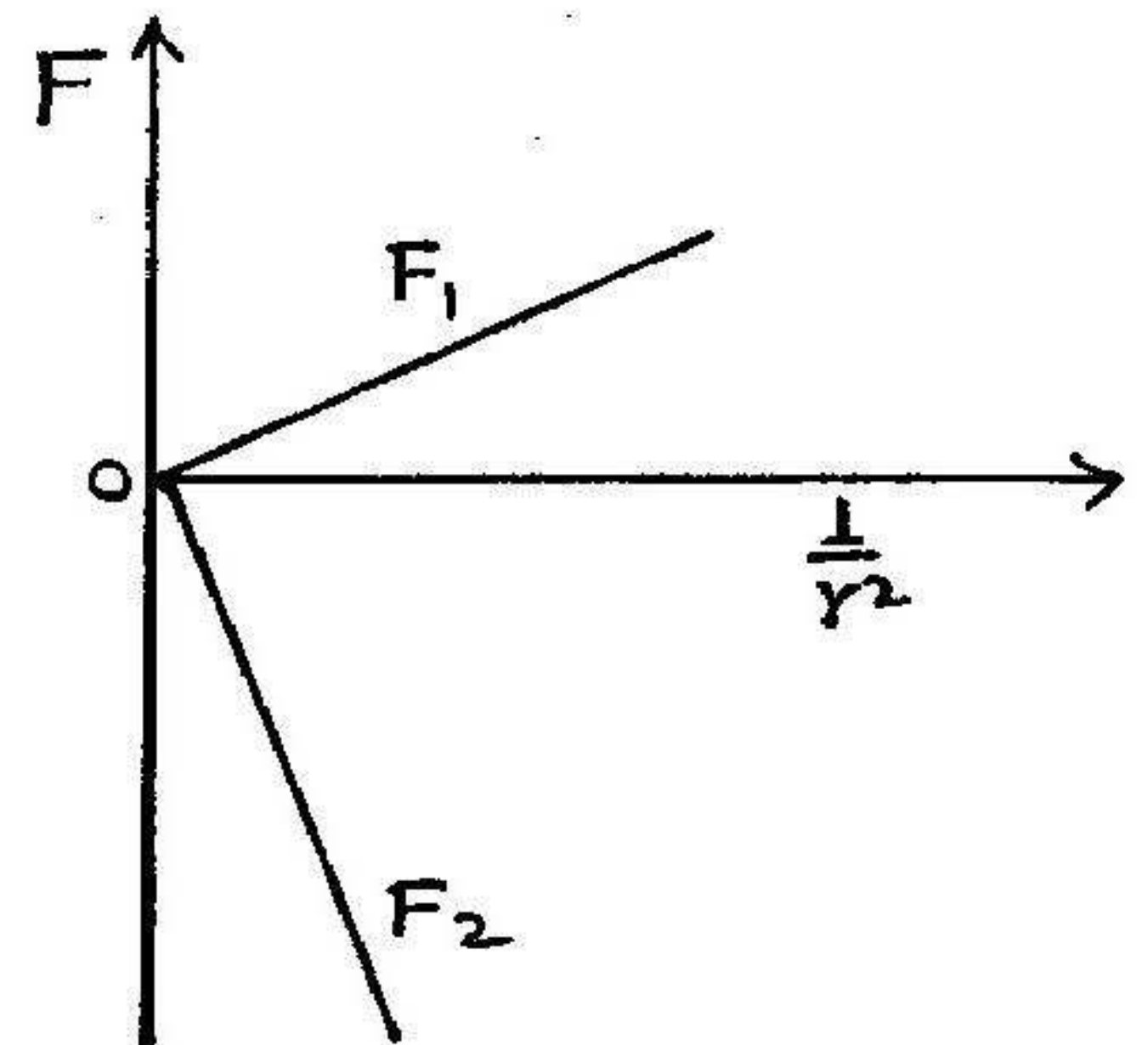
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$\therefore$ प्रथम युग्म के लिए कूलॉम बल -

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1 \times 2 \times 10^{-12}}{r^2} = \frac{K_1}{r^2}$$

द्वितीय युग्म के लिए कूलॉम बल -

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{2 \times (-3) \times 10^{-12}}{r^2} = -\frac{K_2}{r^2}$$



बल F तथा $1/r^2$ के मध्य ग्राफ सरल रेखा होगा।

प्रथम युग्म के लिए इसकी प्रवणता $K_1 = \frac{2 \times 10^{-12}}{4\pi\epsilon_0}$ होगी तथा

दूसरे युग्म के लिए इसकी प्रवणता $K_2 = -\frac{6 \times 10^{-12}}{4\pi\epsilon_0}$ होगी

यहाँ F_1 प्रतिकर्षण बल होगा तथा F_2 आकर्षण बल। तथा F_2 की अधिक प्रवणता उसकी अधिक प्रबलता को प्रदर्शित करती है।

विद्युत क्षेत्र (E) -

किसी विद्युत आवेश के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें रखे किसी अन्य आवेश आकर्षण या प्रतिकर्षण बल अनुभव करता है, विद्युत क्षेत्र कहलाता है।

विद्युत क्षेत्र E में रखा कोई आवेश q एक विद्युत बल F का अनुभव करता है जिसे निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जाता है -

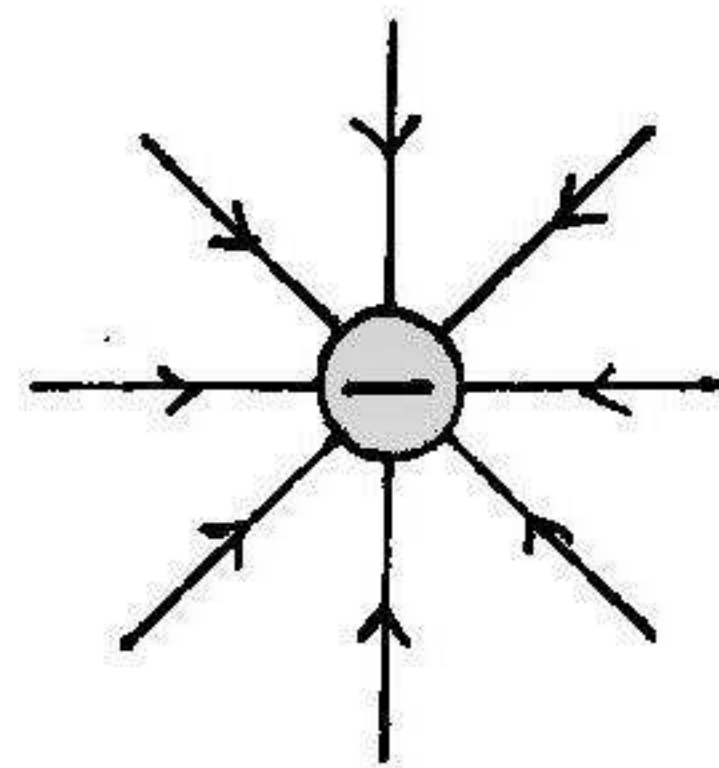
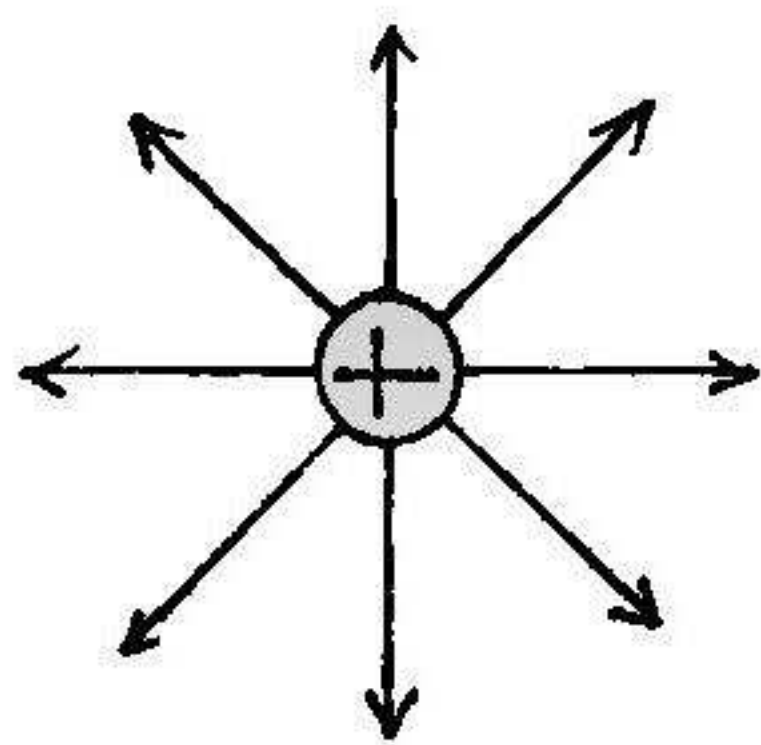
$$F = qE$$

या

$$E = \frac{F}{q}$$

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता इकाई धनावेश पर कार्यरत बल के परिमाण द्वारा मापी जाती है।

- * विद्युत क्षेत्र एक सदिश राशि है तथा इसकी दिशा धनात्मक परीक्षण आवेश पर इसके द्वारा आरोपित बल के अनुदिश होती है।
- * धनावेश के कारण विद्युत क्षेत्र आवेश से बाहर की ओर तथा ऋणावेश के कारण विद्युत क्षेत्र आवेश के अंदर की ओर, त्रिज्या के अनुदिश होता है।



विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक न्यूटन / कूलॉम या वोल्ट/मीटर होता है। तथा विमाएँ $[M^1 L^1 T^{-3} A^{-1}]$ होती हैं।

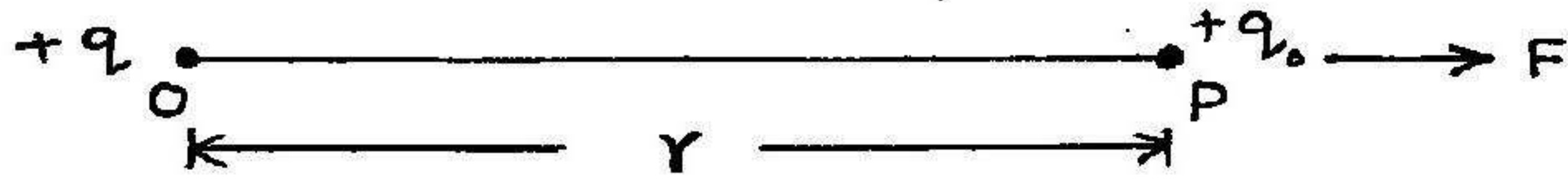
- * विद्युत क्षेत्र का विचार **माइकल फेराडे** ने दिया था।

समरूप तथा असमरूप विद्युत क्षेत्र -

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण तथा दिशा यदि क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर समान हो तो उसे समरूप विद्युत क्षेत्र कहते हैं, एवं यदि समान न हो तो उसे असमरूप विद्युत क्षेत्र कहते हैं।

बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

माना एक विलासित बिन्दु आवेश q बिन्दु O पर रखा हुआ है-



आवेश q के विद्युत क्षेत्र में किसी अन्य बिन्दु P पर एक अन्य परीक्षण आवेश q_0 रखा जाता है जिसकी बिन्दु O से दूरी r है।

कूलाम के नियमानुसार q_0 आवेश पर कार्यरत बल

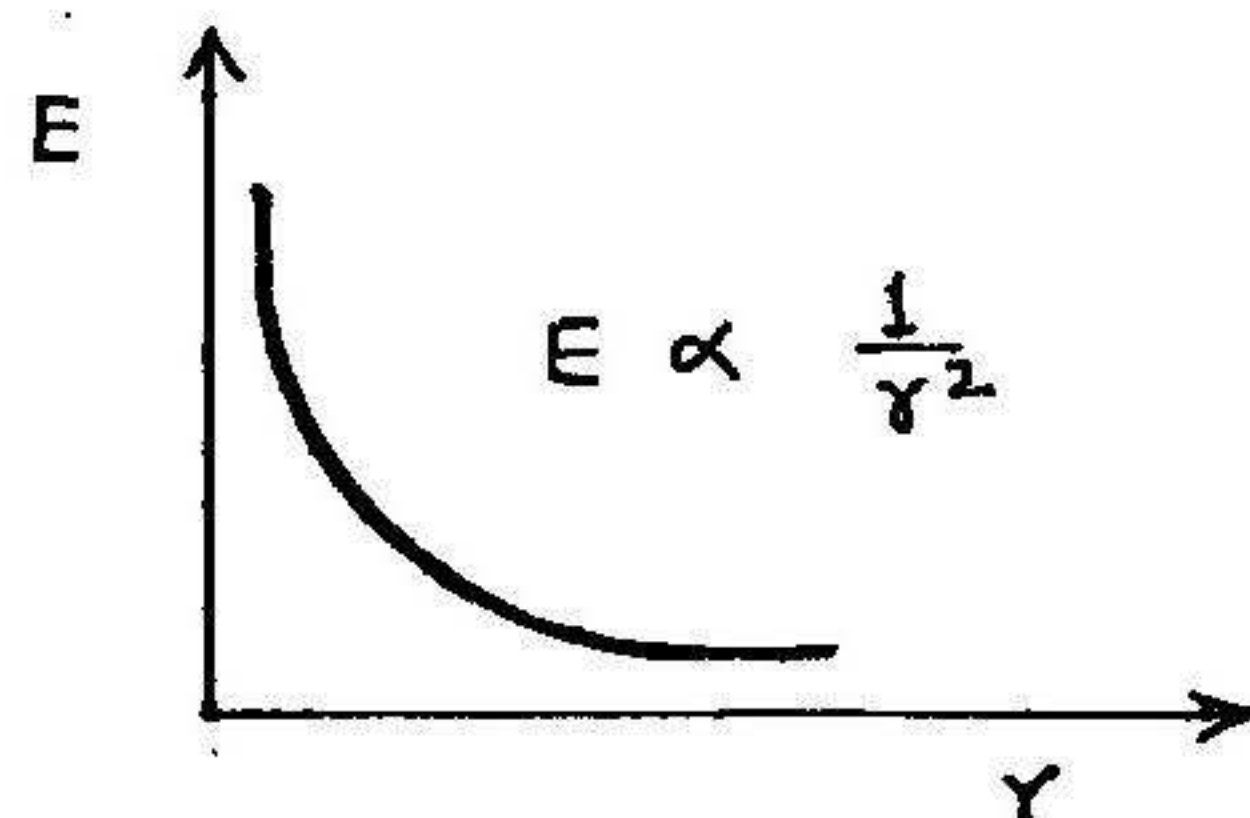
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$$

अतः बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलाम}$$

बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की दिशा परीक्षण आवेश $+q_0$ पर कार्यरत बल के अनुदिश होती है।

* बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E तथा दूरी r के मध्य आलेख निम्नानुसार प्राप्त होता है -



* बिन्दु आवेश q के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र ($\vec{E}$) गोलीय रूप से समामित होता है।

* यहाँ यह माना गया है कि परीक्षण आवेश बहुत छोटा (नगण्य) धनावेश है जिसका अपना कोई विद्युत क्षेत्र नहीं होता है। अतः किसी विद्युत क्षेत्र में इसकी उपस्थिति से उस विद्युत क्षेत्र में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

अतः

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Q. धातु के एक छोटे गोले का द्रव्यमान 1g है तथा इस पर आवेश का मान $+6\mu\text{C}$ है। इस गोले को एक धागे से बाँधकर विद्युत क्षेत्र $E = 400\text{ N/C}$ में रखा गया है जो ऊर्ध्वधर नीचे की ओर कार्यरत है, तो डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए। यदि गोले पर आवेश का मान $-6\mu\text{C}$ कर दिया जाये तो डोरी में तनाव कितना होगा।

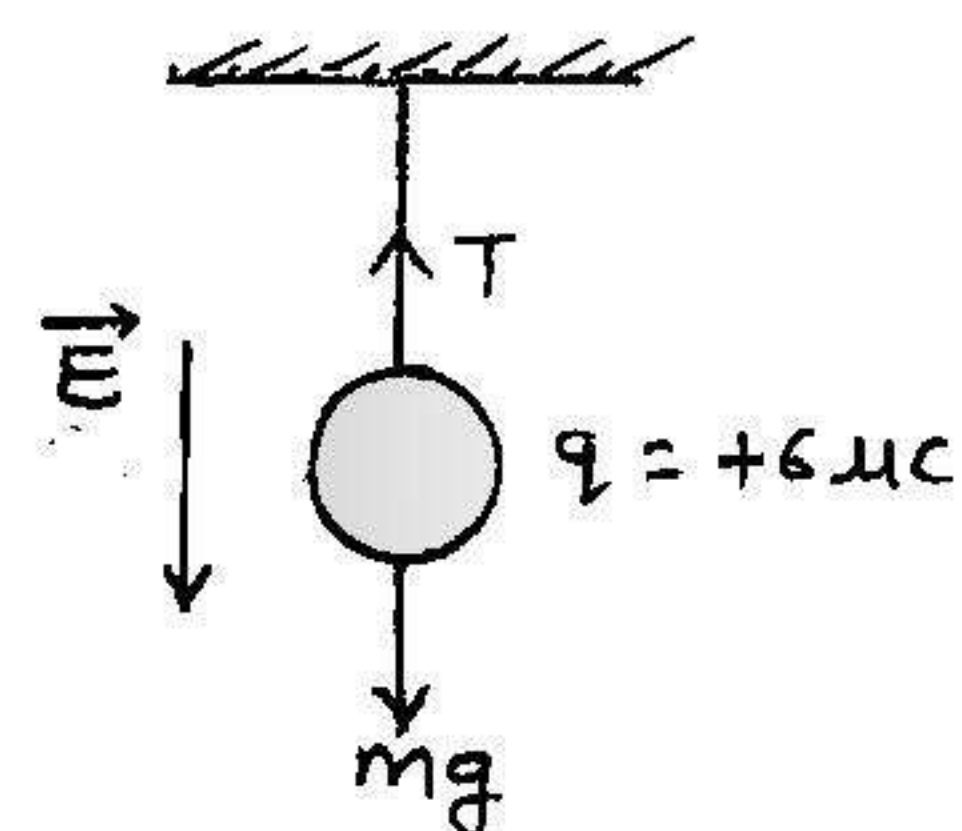
Sol. (a) जब गोले पर $+6\mu\text{C}$ आवेश है तब सम्भवस्था में -

$$T = F_e + mg$$

$$T = qE + mg$$

$$T = 6 \times 10^{-6} \times 400 + 10^{-3} \times 9.8$$

$$T = 1.22 \times 10^{-2} \text{ N}$$



(b) जब गोले पर $-6\mu\text{C}$ आवेश है तब सम्भवस्था में -

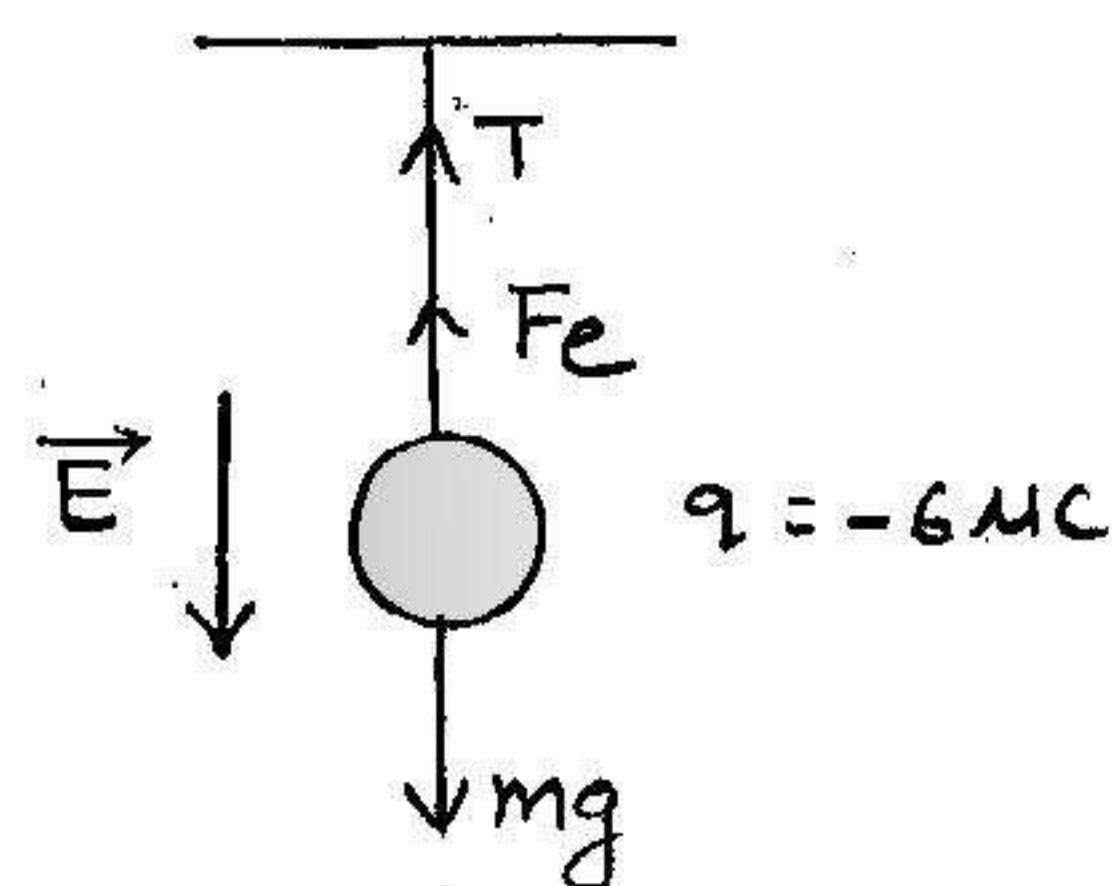
$$T + F_e = mg$$

$$T = mg - F_e$$

$$T = mg - qE$$

$$T = 10^{-3} \times 9.8 - 6 \times 10^{-6} \times 400$$

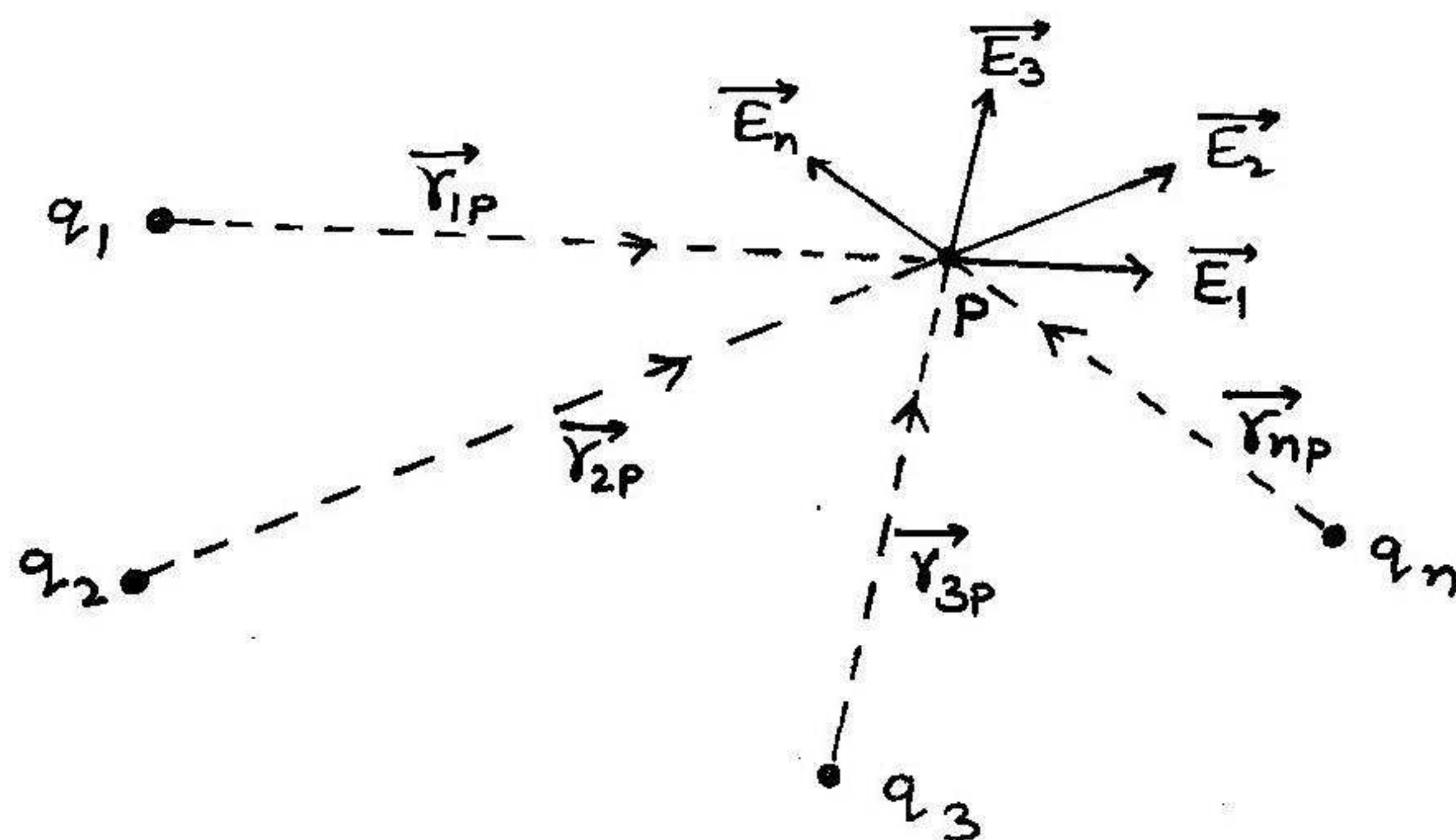
$$T = 74 \times 10^{-4} \text{ N}$$



आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

अध्यारोपण के सिद्धान्त के अनुसार किसी बिन्दु पर बिन्दु आवेशों के समूह के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिन्दु पर प्रत्येक बिन्दु आवेश के कारण तीव्रता के सदिश योग के तुल्य होती है।

माना n बिन्दु आवेशों $q_1, q_2, \dots, q_n$ के कारण किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताएँ क्रमशः $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ हैं।



अतः n बिन्दु आवेशों के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

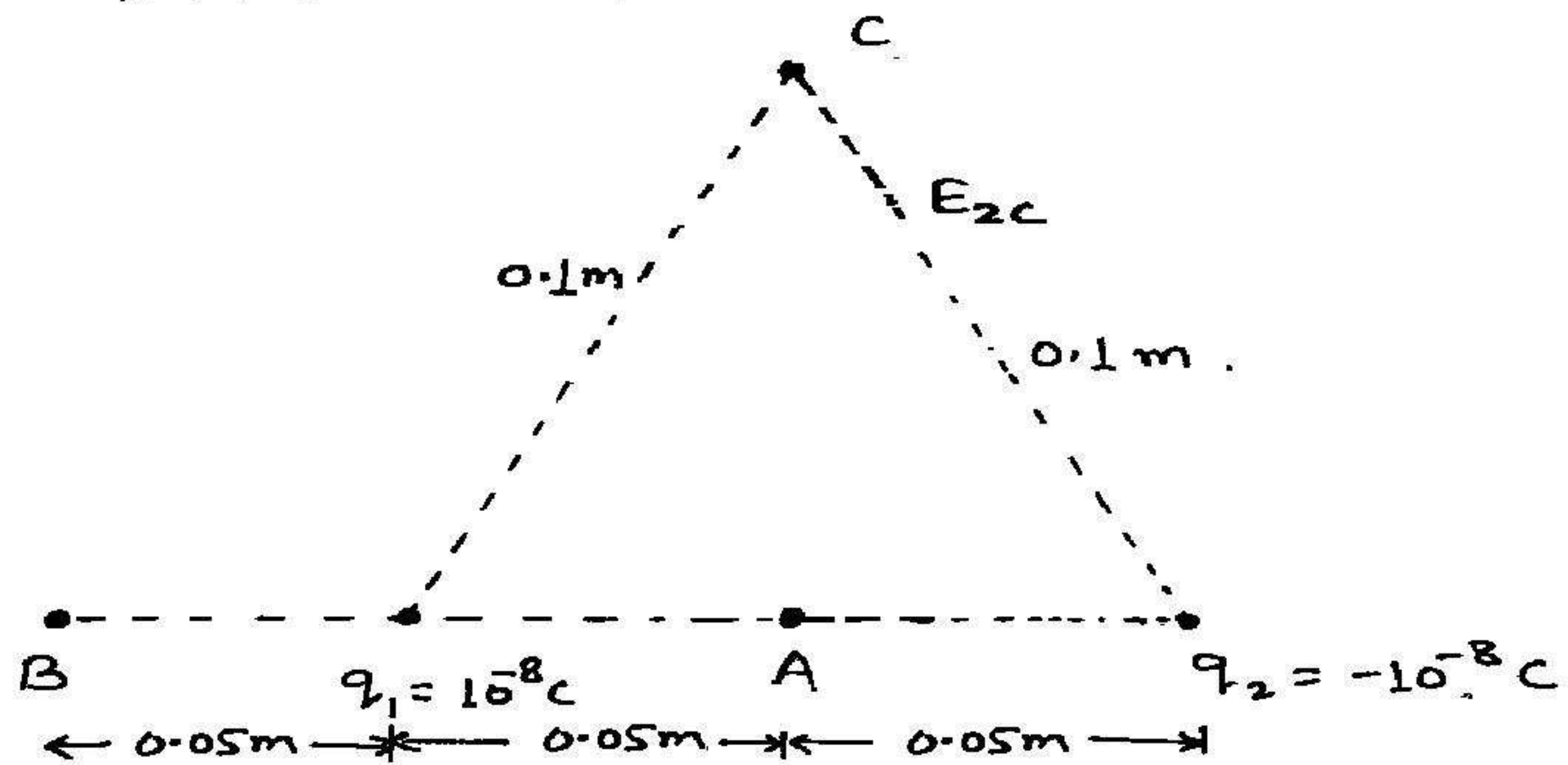
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

यहाँ $\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}^2} \hat{r}_{1P}$, $\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{2P}^2} \hat{r}_{2P}$, $\dots$, $\vec{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_{nP}^2} \hat{r}_{nP}$

अतः

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_{iP}^2} \hat{r}_{iP}$$

Q. दो बिन्दु आवेश q_1 तथा q_2 जिनके परिमाण क्रमशः $+10^{-8} \text{ C}$ तथा -10^{-8} C हैं एक दूसरे से 0.1 m दूरी पर रखे हैं। चित्र में दर्शाये बिंदुओं A, B तथा C पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।



Sol. बिन्दु A के लिए -

$$q_1 \text{ के कारण विद्युत क्षेत्र } E_{1A} = \frac{Kq_1}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{(0.05)^2}$$

$$E_{1A} = 3.6 \times 10^4 \text{ N/C} \quad (q_1 \text{ से A की ओर})$$

$$q_2 \text{ के कारण विद्युत क्षेत्र } E_{2A} = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{(0.05)^2}$$

$$E_{2A} = 3.6 \times 10^4 \text{ N/C} \quad (A \text{ से } q_2 \text{ की ओर})$$

$$\text{अतः कुल विद्युत क्षेत्र } E_A = E_{1A} + E_{2A} = 3.6 \times 10^4 + 3.6 \times 10^4$$

$$E_A = 7.2 \times 10^4 \text{ N/C} \quad (A \text{ से } q_2 \text{ की ओर})$$

बिन्दु B के लिए -

$$q_1 \text{ के कारण विद्युत क्षेत्र } E_{1B} = \frac{Kq_1}{r_1} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{(0.05)^2}$$

$$E_{1B} = 3.6 \times 10^4 \text{ N/C} \quad (q_1 \text{ से B की ओर})$$

$$q_2 \text{ के कारण विद्युत क्षेत्र } E_{2B} = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{(0.15)^2}$$

$$E_{2B} = 0.4 \times 10^4 \quad (B \text{ से } q_2 \text{ की ओर})$$

$$\text{अतः कुल विद्युत क्षेत्र } E_B = E_{1B} - E_{2B} = 3.6 \times 10^4 - 0.4 \times 10^4$$

$$E_B = 3.2 \times 10^4 \text{ N/C} \quad (q_1 \text{ से B की ओर})$$

बिन्दु C के लिए -

बिन्दु C की q_1 तथा q_2 से सीधी दूरी $r_1 = r_2 = 0.1$ मीटर

$$\text{अतः } E_{1c} = E_{2c} = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{(0.1)^2} = 9 \times 10^3 \text{ N/C}$$

अतः बिन्दु C पर परिणामी विद्युत क्षेत्र -

$$E_c = \sqrt{E_{1c}^2 + E_{2c}^2 + 2E_{1c}E_{2c}\cos 120^\circ}$$

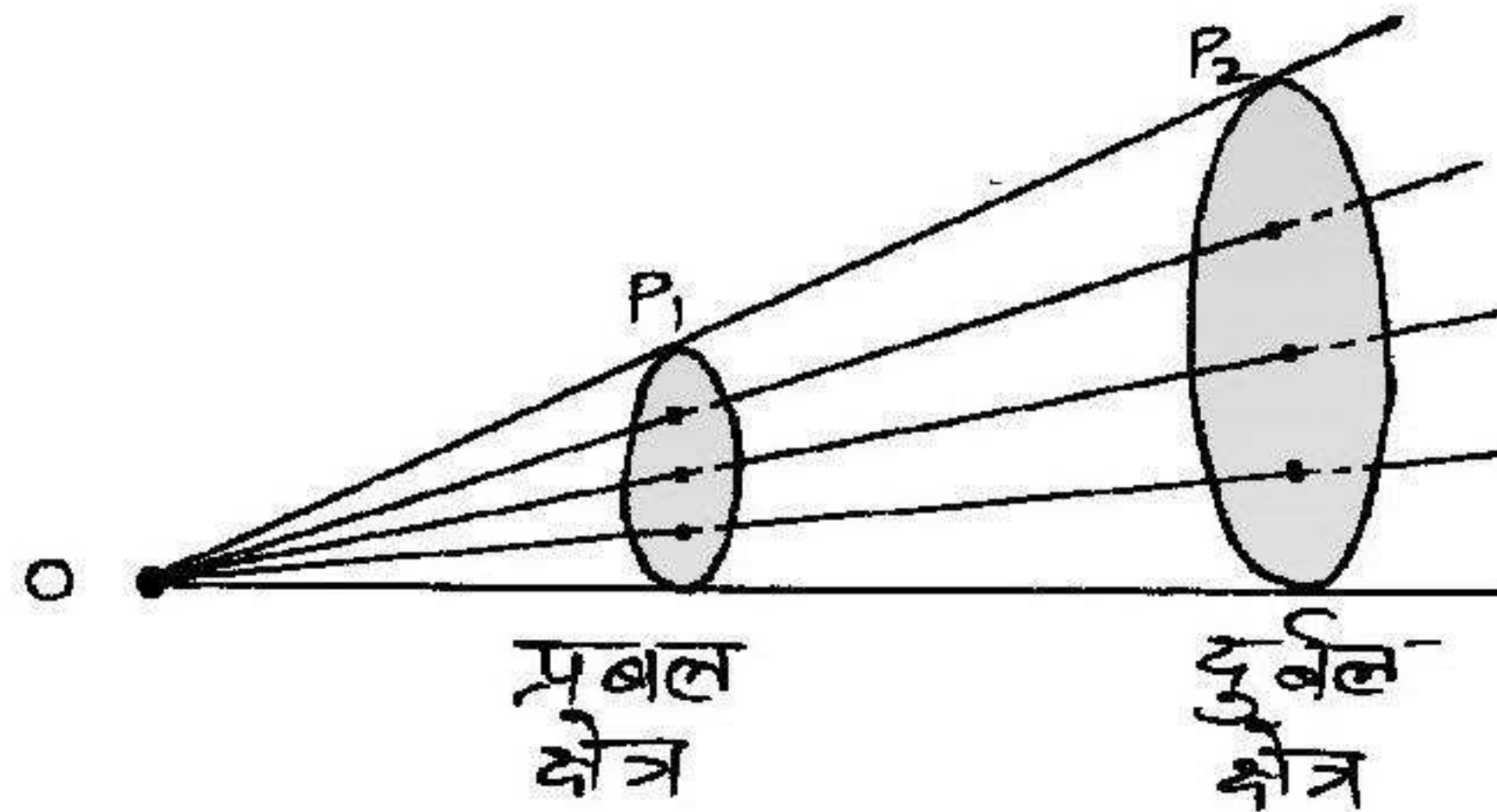
$$E_c = \sqrt{(9 \times 10^3)^2 + (9 \times 10^3)^2 + 2(9 \times 10^3)^2(-1)}$$

$$E_c = 9 \times 10^3 \text{ N/C} \quad (q_1 \text{ से } q_2 \text{ के समान्तर})$$

विद्युत क्षेत्र रेखाएँ -

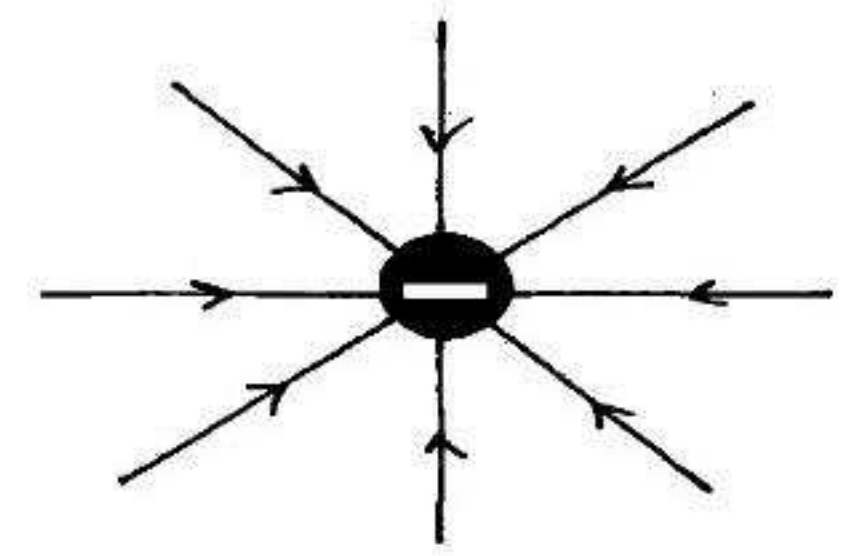
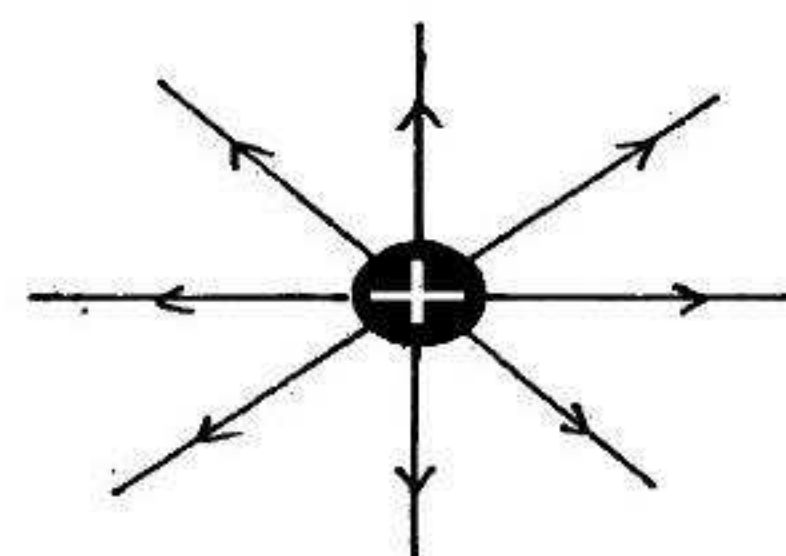
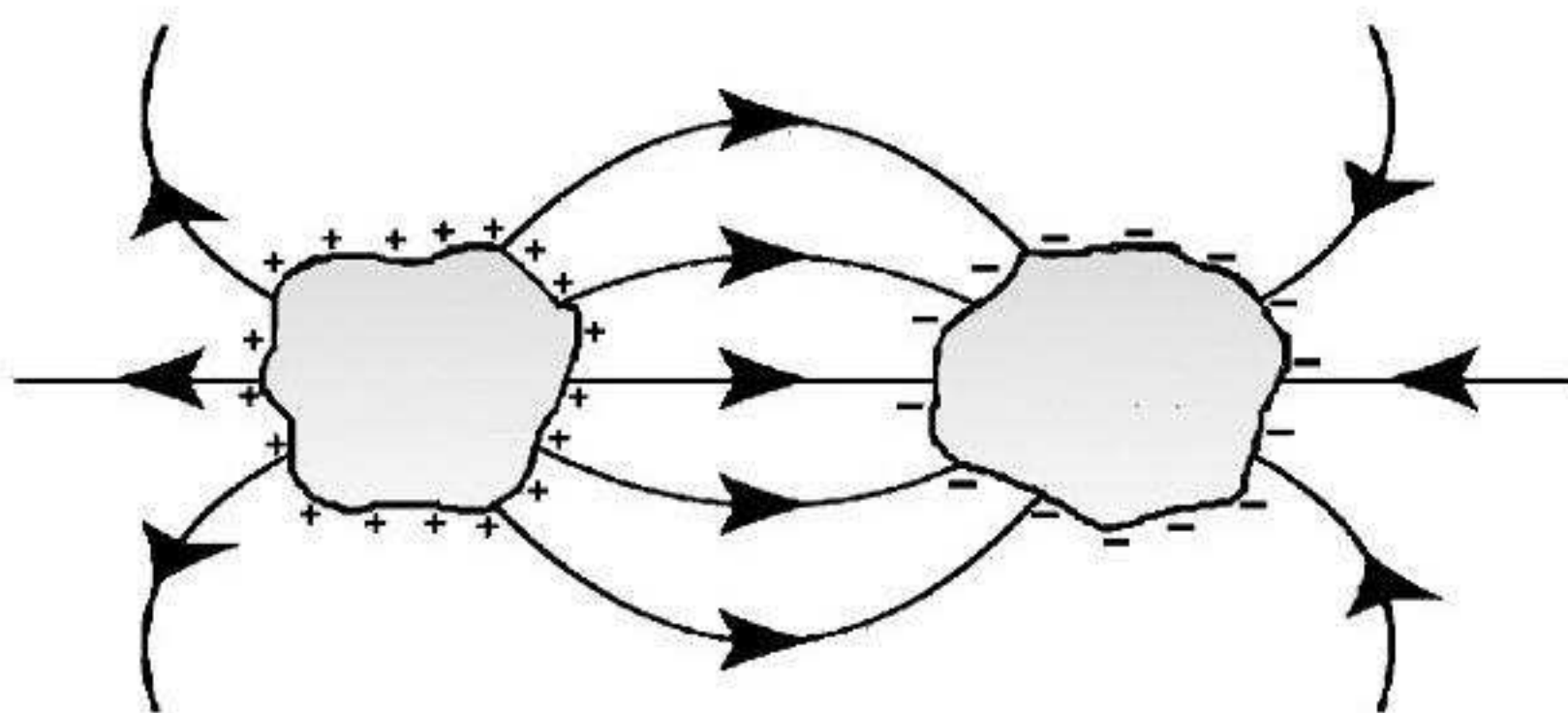
विद्युत क्षेत्र रेखा एक ऐसा नक़्क़ होती है जिसके किसी भी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा बताती है।

किसी स्थान पर विद्युत बल रेखाओं का पृष्ठ घनत्व उस स्थान पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के अनुपात में होता है, अर्थात् बल रेखाएँ जितनी सघन होंगी, वहाँ पर विद्युत क्षेत्र उतना ही प्रबल होगा।

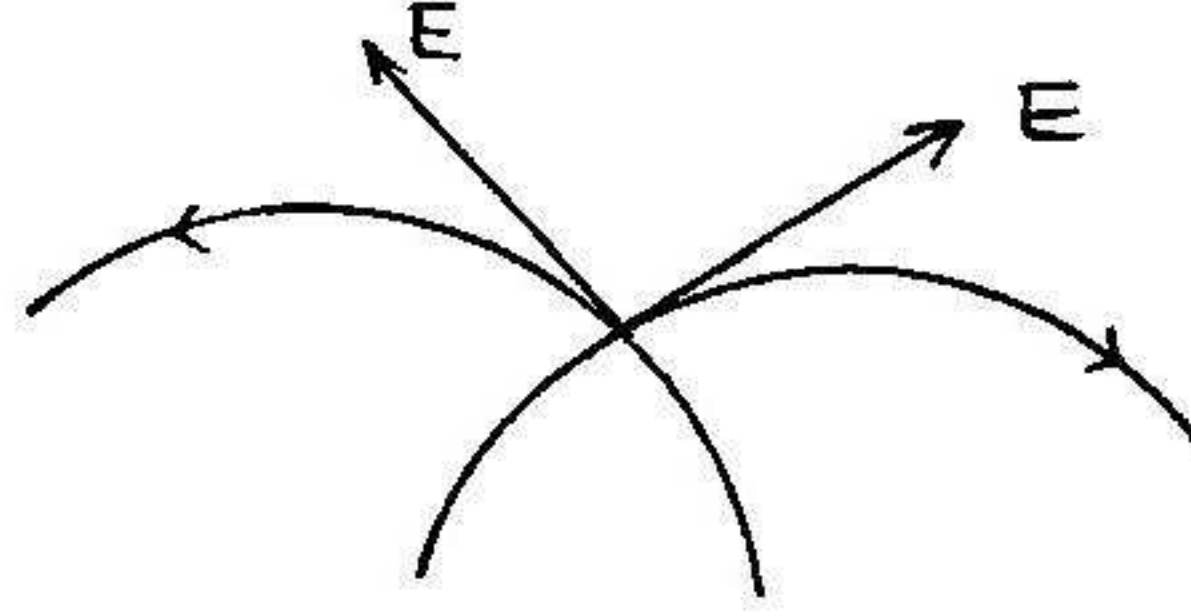


विद्युत क्षेत्र रेखाओं की विशेषताएँ -

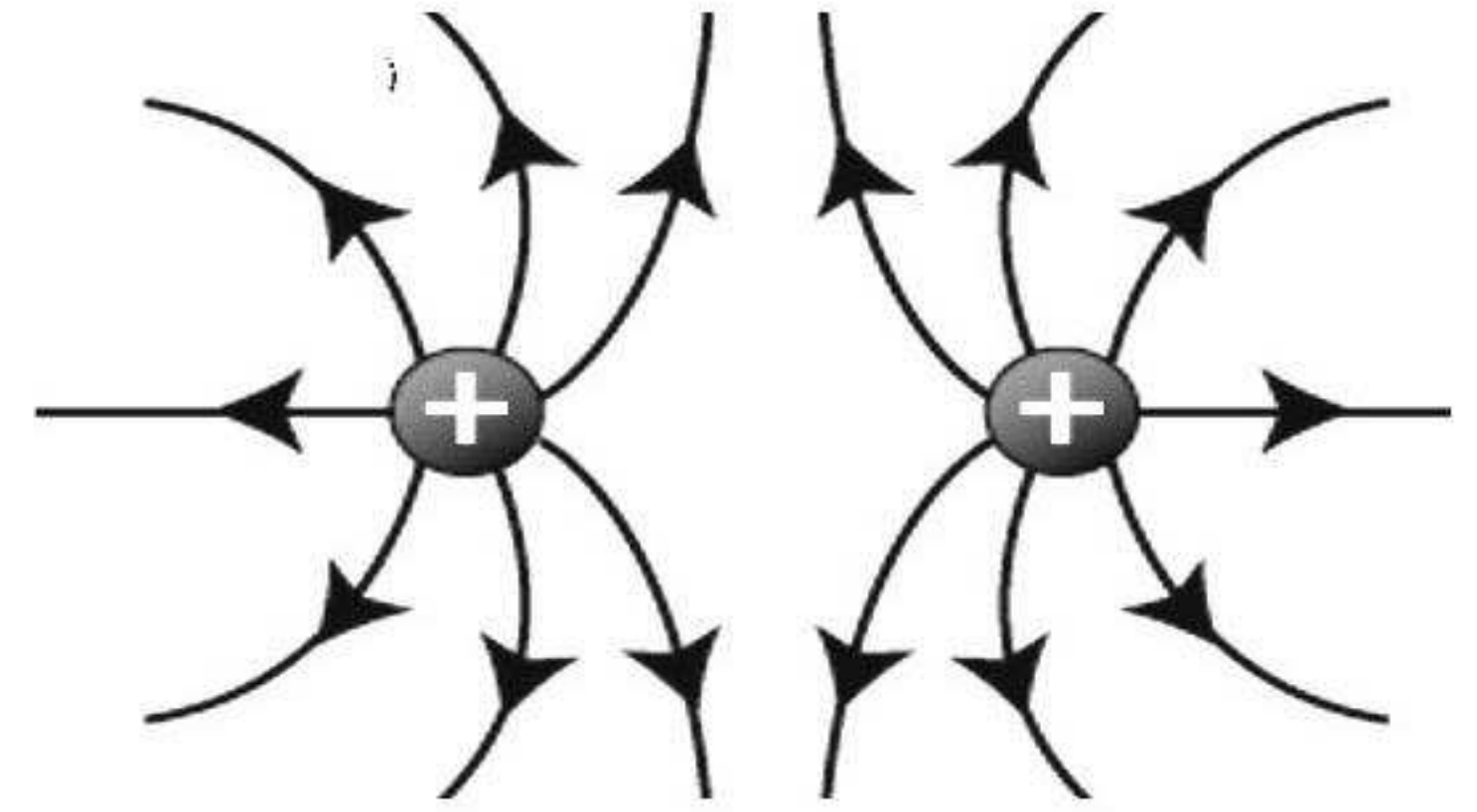
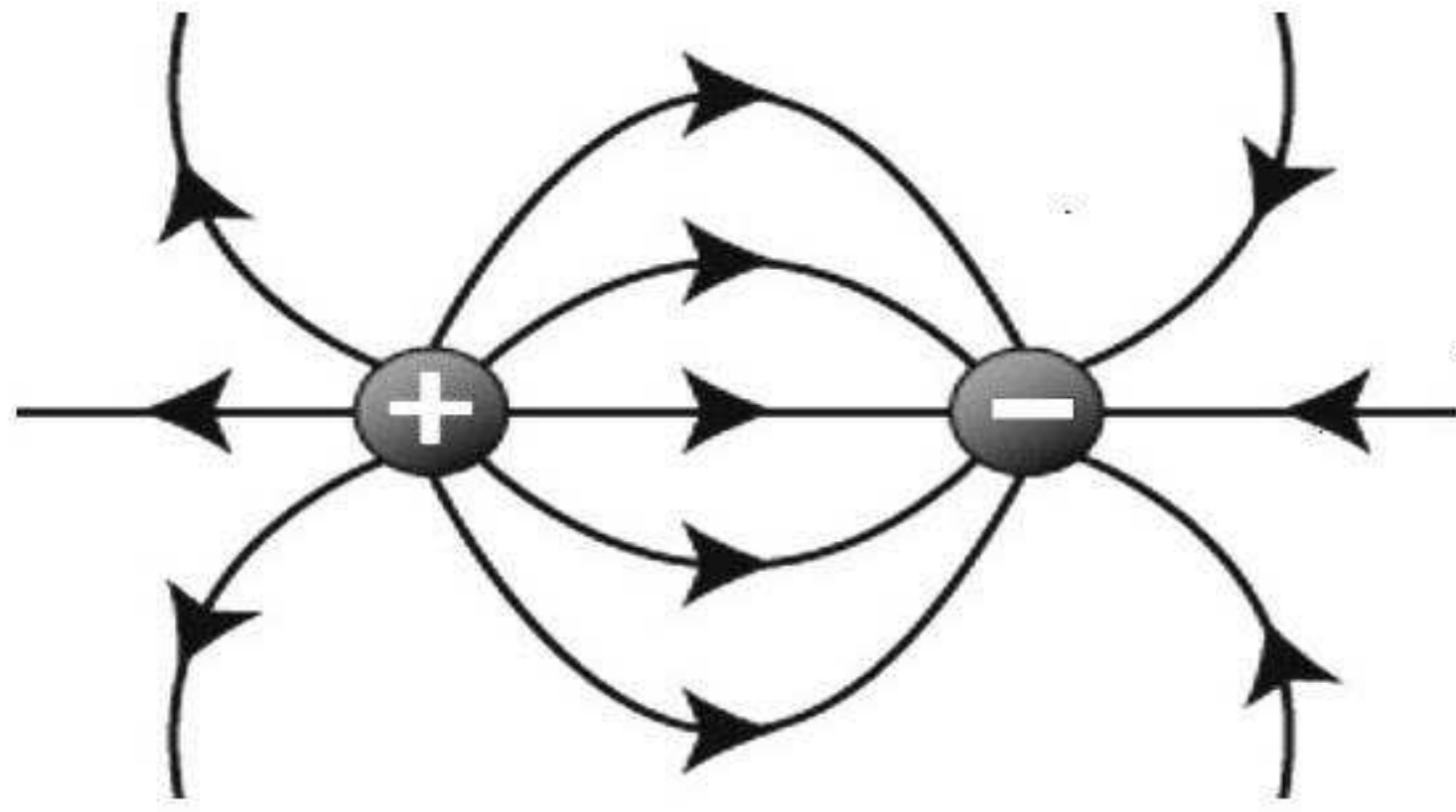
- (1) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से प्रारंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती हैं। यदि आवेश शून्य है तो ये अनंत से आरंभ या अनंत पर समाप्त हो सकती हैं।



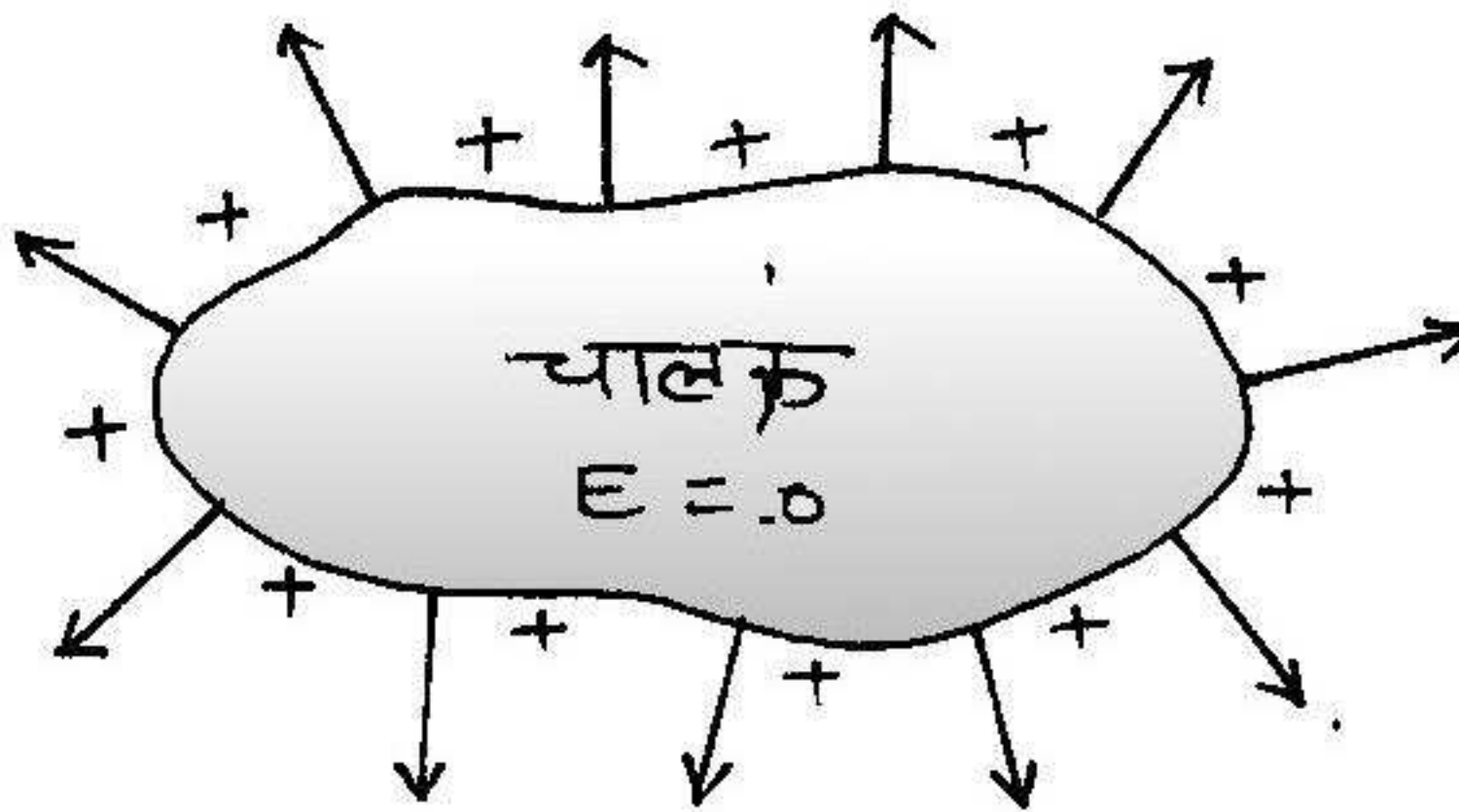
- (2) दो विद्युत क्षेत्र रेखाएँ कभी भी एक दूसरे को नहीं काटती क्योंकि यदि दो क्षेत्र रेखाएँ काटती हैं तो कयान बिन्दु पर दो स्पर्श रेखाएँ दो परिणामी विद्युत क्षेत्रों को व्यक्त करेंगी जो कि संभव नहीं है।



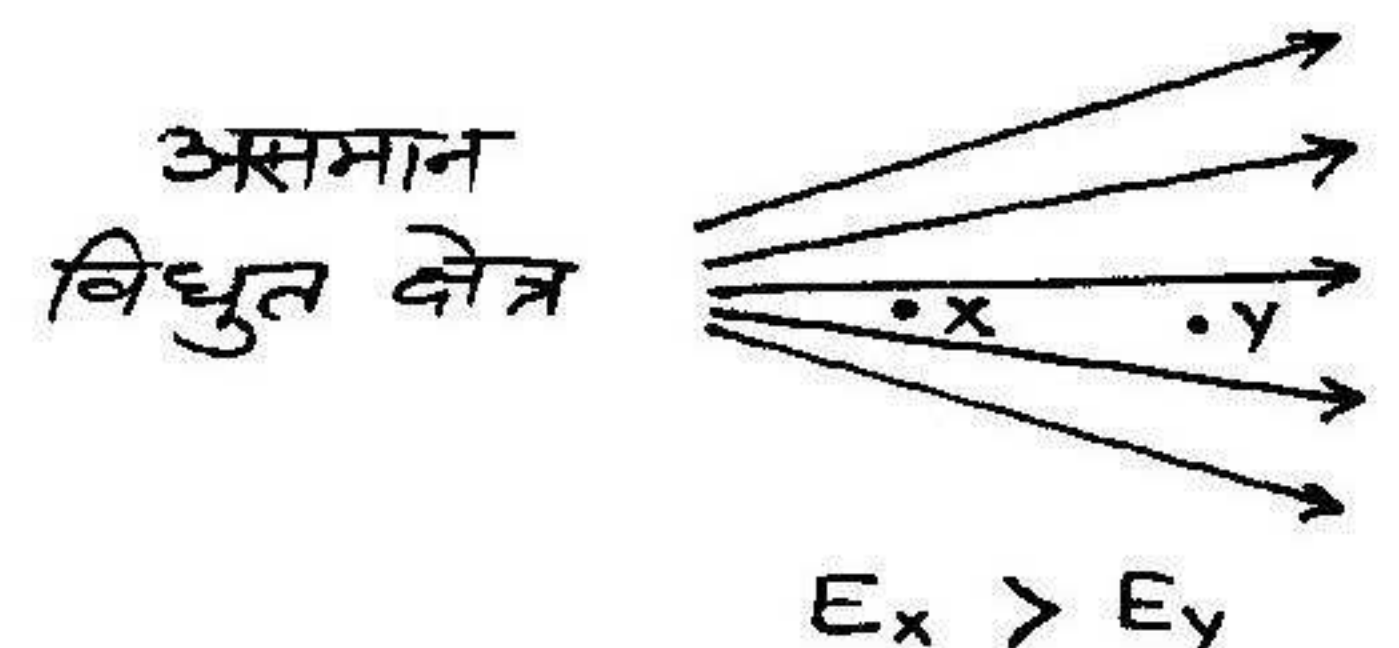
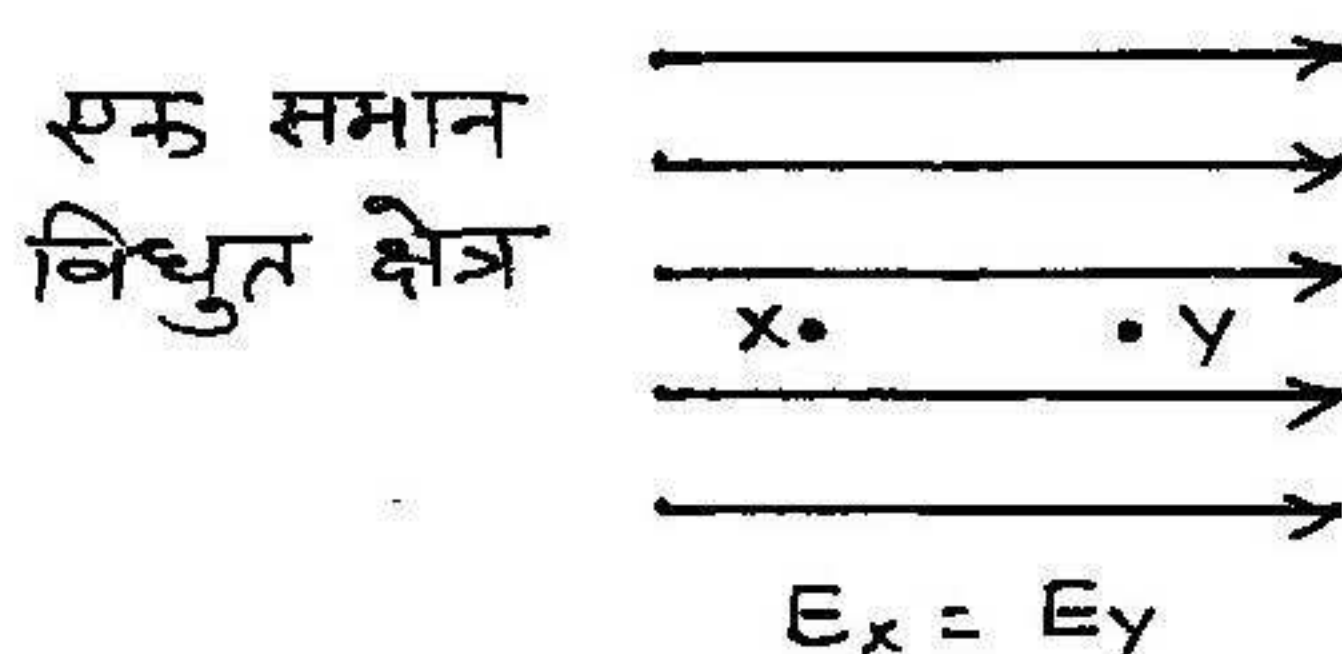
- (3) दो धनावेशों के निकाय (q, q) के चारों ओर की विद्युत क्षेत्र रेखाएँ पारस्परिक प्रतिकर्षण को चित्रित करती हैं। जबकि दो विजातीय आवेशों के निकाय $(q, -q)$ के चारों ओर क्षेत्र रेखाएँ आवेशों के बीच पारस्परिक आकर्षण को दर्शाती हैं।



- (4) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ सदैव चालक सतह के लम्बवत् होती हैं तथा चालक के अन्दर क्षेत्र रेखाएँ विद्यमान नहीं होती हैं।



- (5) विद्युत क्षेत्र रेखाएँ कभी बंद लूप नहीं बनाती हैं। यह विद्युत क्षेत्र की संरक्षणात्मक प्रकृति को प्रदर्शित करता है।
- (6) समान्तर तथा एक दूसरे से समान दूरी पर स्थित क्षेत्र रेखाएँ एक समान विद्युत क्षेत्र को प्रदर्शित करती हैं।



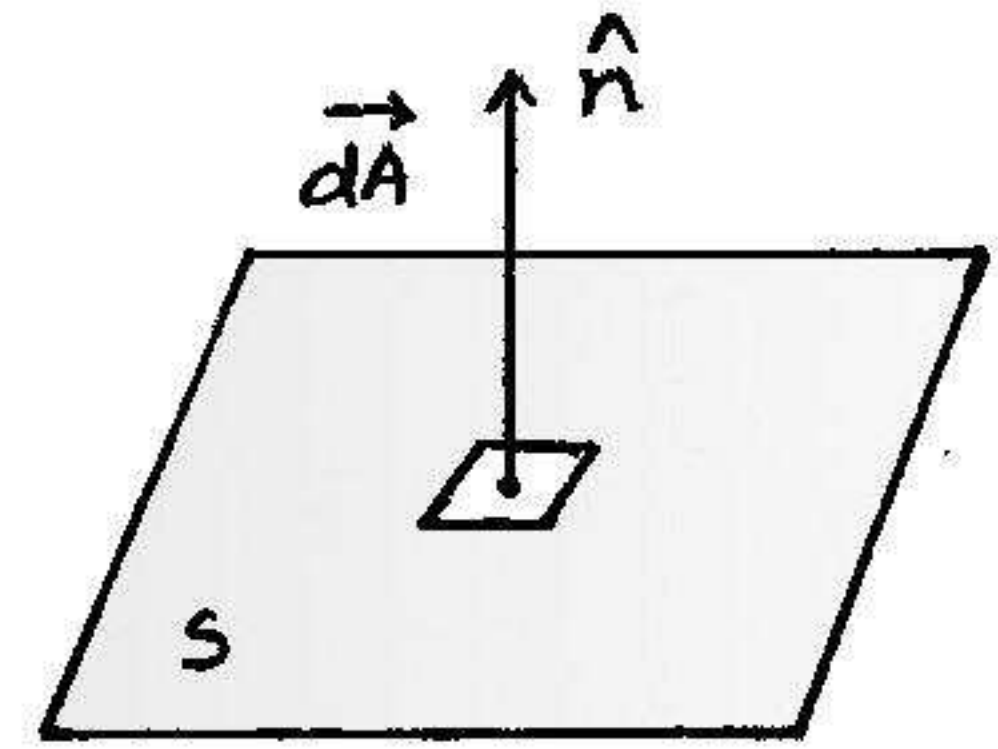
क्षेत्रफल सदिश -

भौतिक प्रश्नों में क्षेत्रफल को सदिश रूप में प्रदर्शित किया जाता है।

यदि dA किसी पृष्ठ S में एक अल्प क्षेत्रफल अवयव है तो इसे सदिश रूप में निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जाता है-

$$\vec{dA} = dA \hat{n}$$

यहाँ $\vec{dA}$ की दिशा अवयव पर खींचे गये अभिलम्ब (बाहर की ओर) द्वारा प्रदर्शित होती है। तथा $\hat{n}$, $\vec{dA}$ की दिशा के अनुरूप एकैक सदिश है।



विद्युत फ्लक्स (ϕ) -

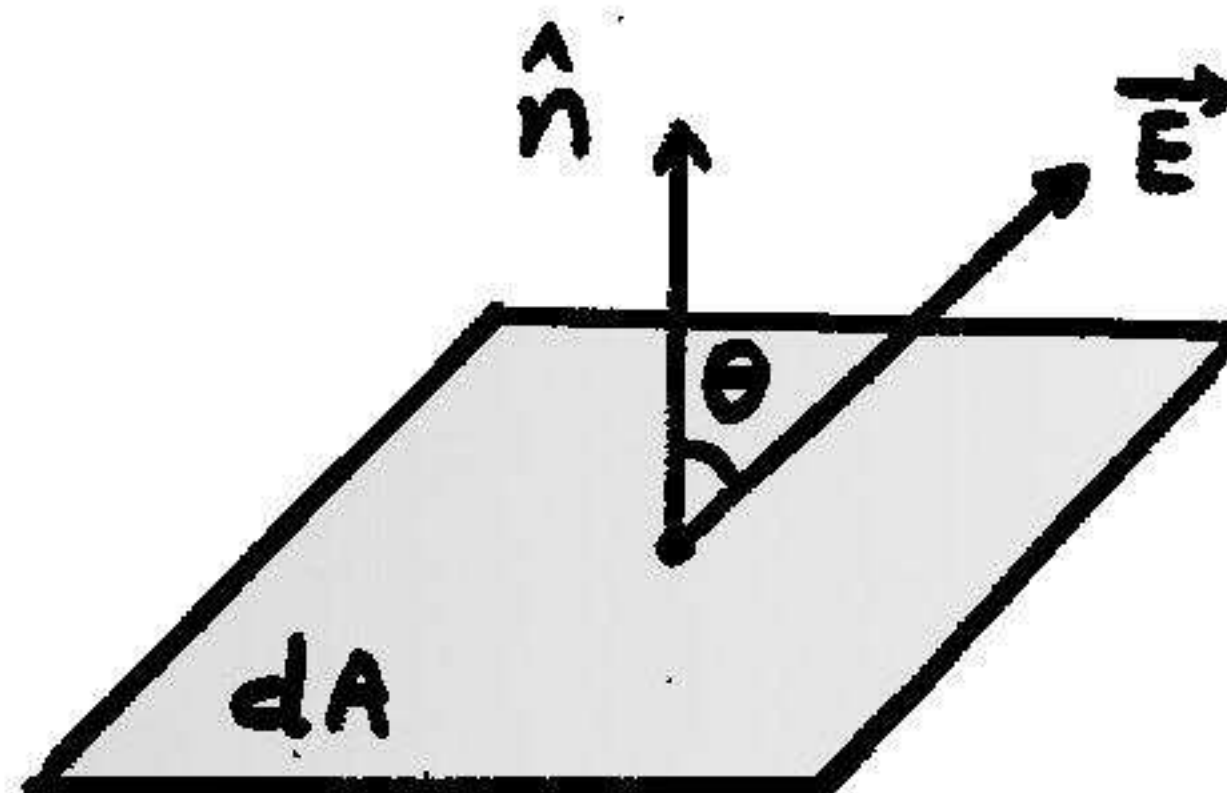
विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी क्षेत्रफल से लम्बवत् गुजरने वाली कुल विद्युत क्षेत्र रेखाओं की संख्या को विद्युत फ्लक्स कहते हैं। इसे ϕ से प्रदर्शित किया जाता है।

विद्युत क्षेत्र (E) में स्थित किसी पृष्ठ (dA) से निर्गत विद्युत फ्लक्स ($d\phi$), विद्युत क्षेत्र सदिश एवं क्षेत्रफल सदिश के बिन्दु गुणनफल के बराबर होता है।

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dA}$$

इस प्रकार विद्युत फ्लक्स निम्न तीन राशियों पर निर्भर करता है -

- (i) विद्युत क्षेत्र ($\vec{E}$) (ii) सदिश क्षेत्रफल ($\vec{dA}$)
- (iii) $\vec{E}$ व $\vec{dA}$ के मध्य कोण (θ)

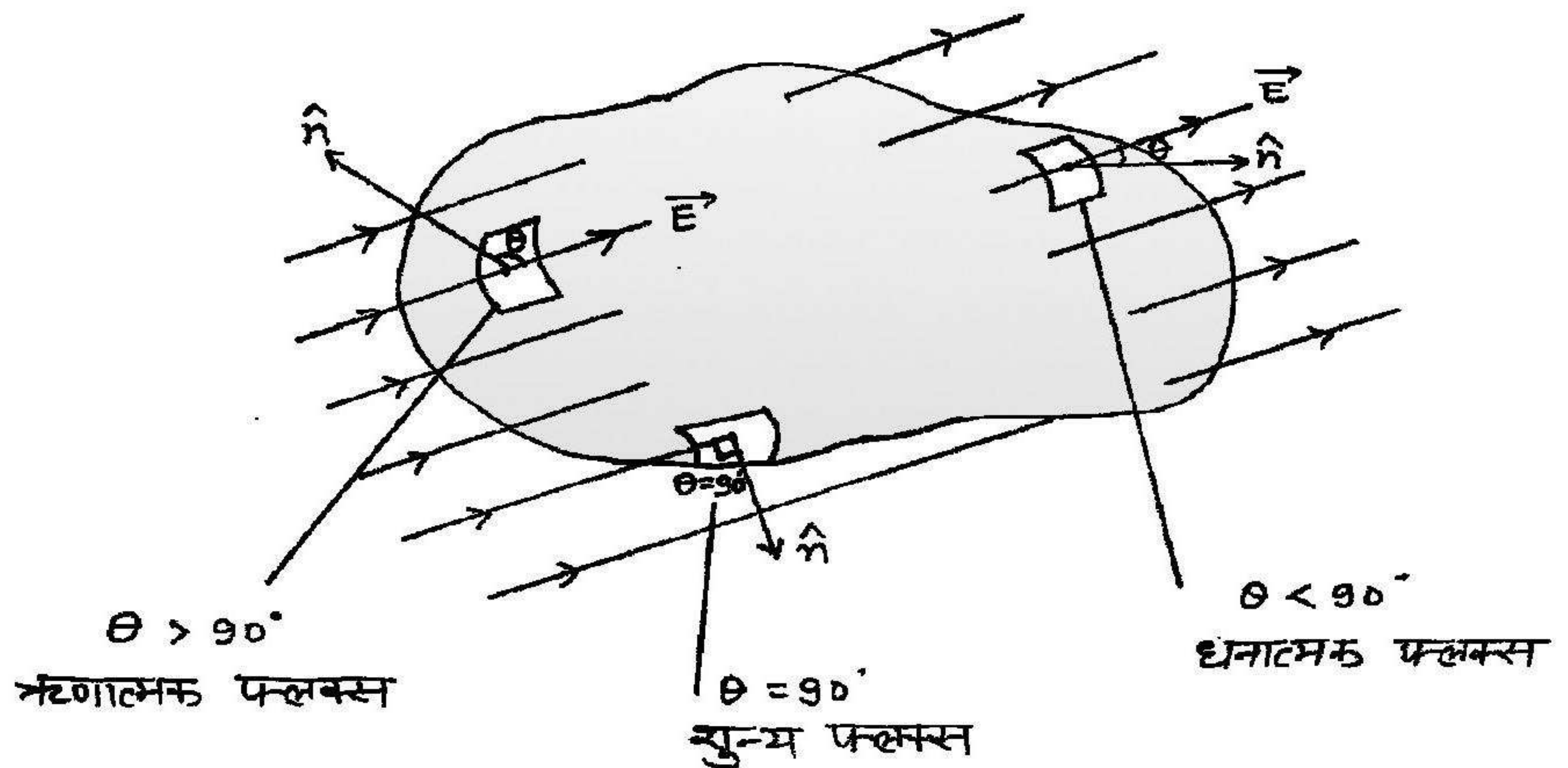


* विद्युत फ्लक्स एक अदिश राशि है।

किसी बन्द पृष्ठ से सम्बन्ध विद्युत फ्लक्स ज्ञात करने के लिए समाकलन के चिन्ह पर एक घृत बना देते हैं -

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA \cos \theta$$

* बंद सतह के लिए बाहर की ओर आने वाला फ्लक्स धनात्मक तथा अंदर की ओर जाने वाला फ्लक्स ऋणात्मक लिया जाता है।



Q. $(100\hat{i} + 300\hat{j})$ V/m के समरूप विद्युत क्षेत्र में $3 \times 10^{-3} \hat{j} \text{ m}^2$ का क्षेत्रफल रखा है, उससे निर्गत फ्लक्स का मान ज्ञात करो।

Sol.

- Q.** एक समान विद्युत क्षेत्र $E = 3 \times 10^3 \text{ N/C}$ पर विचार करो -
- (a) इस क्षेत्र का 10 cm भुजा के वर्ग के उस भाग से जिसका तल $Y-Z$ तल के समांतर है, गुजरने वाला फ्लक्स क्या है?
- (b) इस वर्ग से गुजरने वाला फ्लक्स कितना है यदि इसके तल का अभिलंब X -अक्ष से 60° का कोण बनाता है?
- (c) इस विद्युत क्षेत्र का 20 cm भुजा के किसी धन से (जो इस प्रकार आवेशित है कि उसके फ्लक्स निर्देशांक तलों के समांतर है) कितना नेट फ्लक्स गुजरेगा?

Sol. (a) यहाँ परिमाण $E = 3 \times 10^3 \text{ N/C}$ का विद्युत क्षेत्र X -अक्ष के अनुदिश कार्यरत है।

तथा क्षेत्रफल $dA = 0.01 \text{ m}^2$ के वर्ग का तल $Y-Z$ तल के समांतर है अतः क्षेत्रफल अवयव dA तथा विद्युत क्षेत्र E के मध्य कोण $\theta = 0^\circ$

अतः फ्लक्स $\phi = E dA \cos \theta$

$$\phi = 3 \times 10^3 \times 0.01 \times \cos 0^\circ$$

$$\phi = 30 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

(b) जब वर्ग के तल का अभिलंब X -अक्ष के साथ 60° का कोण बनाता है तब - $\theta = 60^\circ$

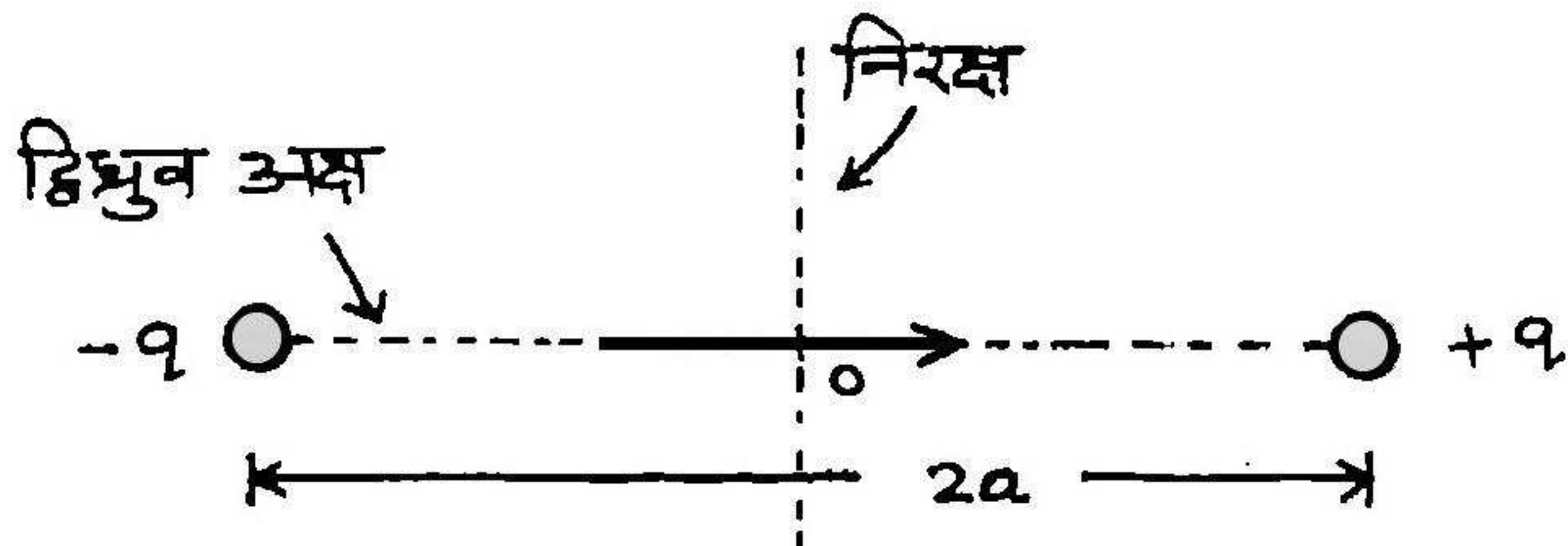
$$\phi = 3 \times 10^3 \times 0.01 \times \cos 60^\circ = 15 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

(c) यहाँ धन के सभी फ्लक्स निर्देशांक अक्षों के समांतर हैं अतः धन में प्रवेश करने वाली तथा बाहर निकलने वाली विद्युत क्षेत्र रेखाओं की संख्या समान होगी। तथा धन से गुजरने वाला कुल फ्लक्स शून्य होगा।

विद्युत द्विध्रुव तथा द्विध्रुव आघूर्ण -

विद्युत द्विध्रुव -

जब परिमाण में समान व विपरीत प्रकृति वाले दो आवेश अत्यल्प दूरी पर होते हैं तो इस आवेश युग्म को विद्युत द्विध्रुव कहते हैं।



दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा को द्विध्रुव की अक्ष कहते हैं। द्विध्रुव के केन्द्र 0 से गुजरने वाली द्विध्रुव अक्ष के लम्बवत् रेखा को निरक्ष कहते हैं।

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण ($\vec{P}$) -

विद्युत द्विध्रुव के किसी एक आवेश के परिमाण (q) एवं उनके मध्य दूरी ($2a$) के गुणनफल को द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं। इसे $\vec{P}$ से व्यक्त किया जाता है।

$$\vec{P} = (q \times 2a) \hat{p}$$

* द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा द्विध्रुव अक्ष के अनुदिश ऋणावेश ($-q$) से धनावेश ($+q$) की ओर होती है।

* द्विध्रुव आघूर्ण का SI मात्रक कूलॉम x मीटर होता है।

Note -

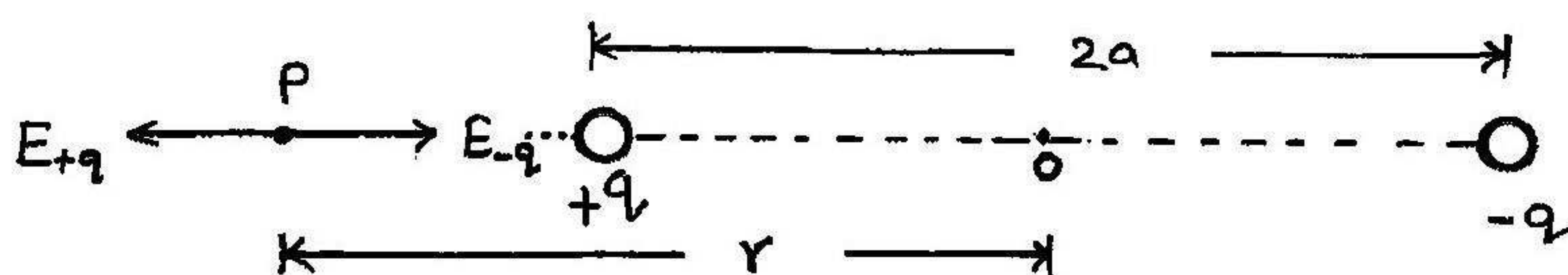
विद्युत द्विध्रुव का कुल आवेश शून्य होता है परंतु इसका विद्युत क्षेत्र शून्य नहीं होता। क्योंकि आवेश q तथा $-q$ में कुछ दूरी होती है जिसके कारण विद्युत क्षेत्र जब जोड़े जाते हैं तब ये एक दूसरे को निरस्त नहीं करते हैं।

विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र -

किसी बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र, आवेश $-q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र E_{-q} तथा आवेश $+q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र E_{+q} को सदिशों के योग द्वारा ज्ञात किया जाता है।

(i) द्विध्रुव की अक्ष पर स्थित बिंदुओं के लिए -

माना कि बिंदु P द्विध्रुव के केंद्र से r दूरी पर, $+q$ की ओर स्थित है तब -



$$E_{-q} = \frac{Kq}{(r+a)^2}$$

तथा

$$E_{+q} = \frac{Kq}{(r-a)^2}$$

अतः बिन्दु P पर कुल विद्युत क्षेत्र -

$$E = E_{+q} - E_{-q}$$

$$E = Kq \left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2} \right]$$

$$E = \frac{Kq \cdot 4ar}{(r^2 - a^2)^2} = \frac{2KPr}{(r^2 - a^2)^2}$$

यदि $r \gg a$ हो तो -

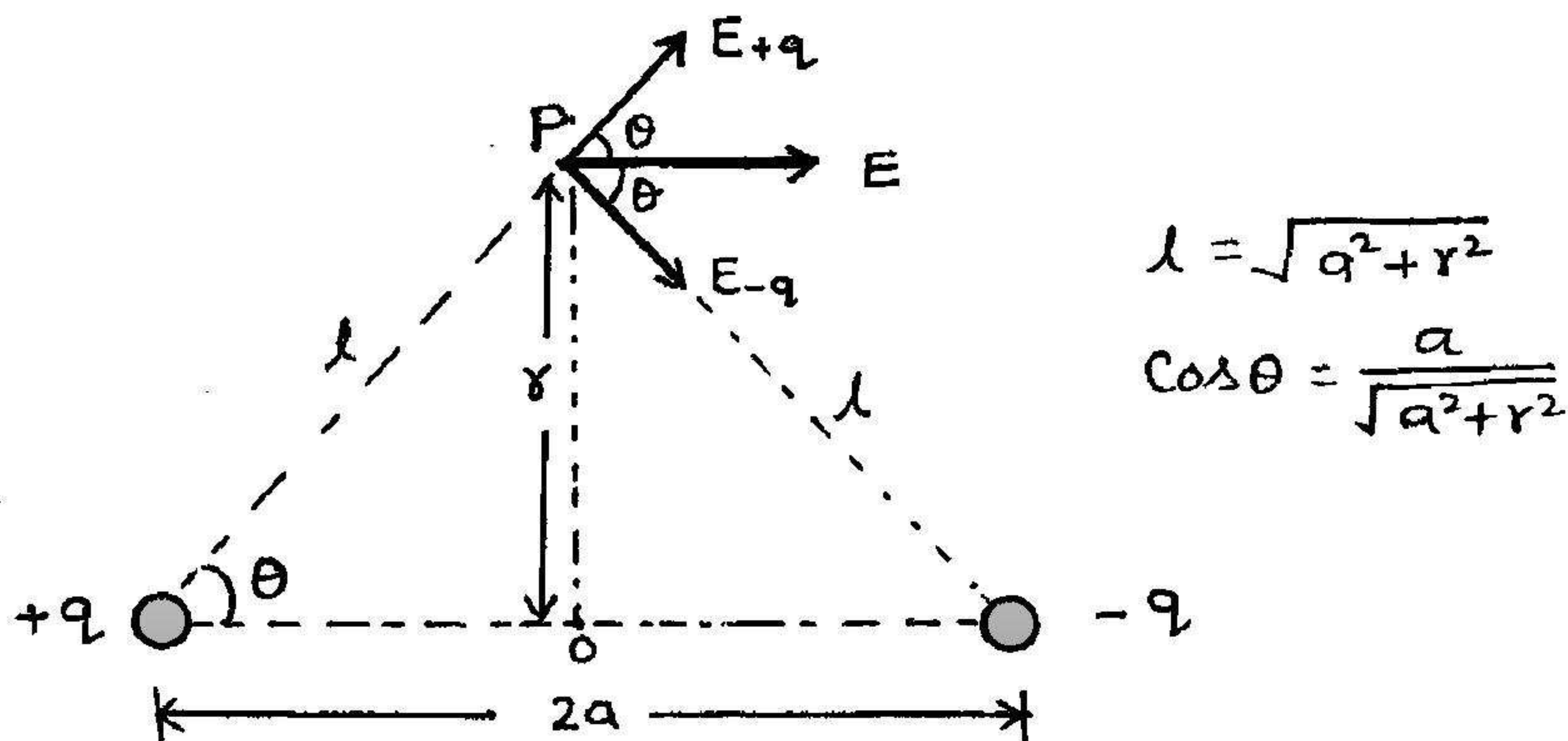
$$E = \frac{2KP}{r^3} \quad \text{या}$$

$$\vec{E} = \frac{2K\vec{P}}{r^3}$$

यहाँ $\vec{P}$ द्विध्रुव अक्ष ($-q$ से $+q$ की ओर) के अनुदिश सदिश है।

(ii) द्विध्रुव की निरक्ष पर स्थित बिंदुओं के लिए -

माना कि द्विध्रुव की निरक्ष पर स्थित बिन्दु P पर द्विध्रुव के कारण क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। बिन्दु P व O के मध्य की दूरी r है।



आवेशों +q तथा -q के कारण विद्युत क्षेत्रों के परिमाण -

$$E_{+q} = E_{-q} = \frac{Kq}{r^2 + a^2}$$

यहाँ E_{+q} तथा E_{-q} के द्विध्रुव अक्ष के अभिलंबक घटक ($E_{+q} \sin \theta$ तथा $E_{-q} \sin \theta$) एक दूसरे को निरस्त कर देते हैं तथा अक्ष के अनुदिश घटक ($E_{+q} \cos \theta$ तथा $E_{-q} \cos \theta$) संयोजित हो जाते हैं।

$$E = E_{+q} \cos \theta + E_{-q} \cos \theta$$

$$E = \frac{Kq \cos \theta}{r^2 + a^2} + \frac{Kq \cos \theta}{r^2 + a^2} = \frac{2Kq \cos \theta}{r^2 + a^2}$$

$$E = \frac{2Kqa}{(r^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{KP}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

यदि $r \gg a$ हो तो -

$$E = \frac{KP}{r^3}$$

या

$$\vec{E} = -\frac{K\vec{P}}{r^3}$$

* अर्थात् अधिक दूरियों के लिए द्विध्रुव क्षेत्र $1/r^2$ के रूप में नहीं बल्कि $1/r^3$ के रूप में घटता है।

ध्रुवीय तथा अध्रुवीय अणु -

* यदि किसी अणु में इलेक्ट्रॉनों का द्रव्यमान केन्द्र, प्रोटोनों के द्रव्यमान केन्द्र के साथ सम्पाती नहीं होता है तथा उनके बीच कुछ दूरी होती है तो ऐसे अणु को ध्रुवीय अणु कहते हैं। ऐसे अणुओं का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य नहीं होता है।

उदाहरण - H_2O , NH_3 , HCl आदि।

* यदि किसी अणु में धनावेश तथा नकारावेश के केन्द्र एक ही स्थान पर होते हैं अर्थात् सम्पाती होते हैं तो ऐसे अणु को अध्रुवीय अणु कहते हैं।

उदाहरण - O_2 , H_2 , CO_2 , CH_4 आदि।

Q. दो आवेश: $\pm 10 \mu C$ एक दूसरे से 5 mm दूरी पर स्थित हैं तो विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

(a) बिन्दु P पर जो द्विध्रुव अक्ष पर इसके केन्द्र से 15 cm दूरी पर धनात्मक आवेश की ओर स्थित है।

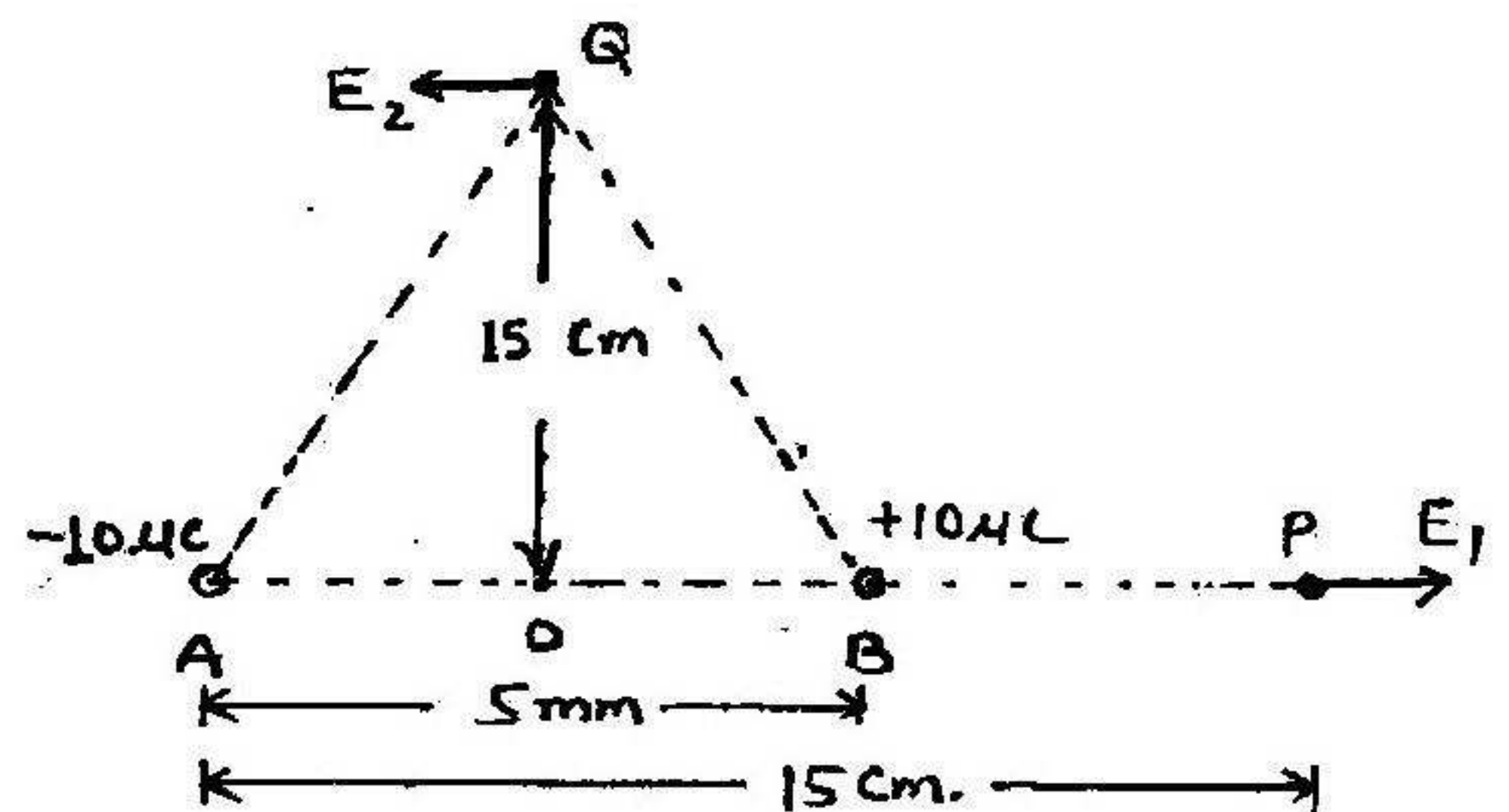
(b) बिन्दु Q पर जो विषुवतीय अक्ष (निरक्ष) पर द्विध्रुव केन्द्र O से 15 cm दूरी पर स्थित है।

Sol.

$$\text{यहाँ } P = q \times 2a$$

$$P = 10 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-3}$$

$$P = 5 \times 10^{-8} \text{ C.m.}$$



(a) बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र $E_1 = \frac{2KP}{r^3}$

$$E_1 = \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-8}}{(0.15)^2} = 2.67 \times 10^5 \text{ N/C (BP के अनुदिश)}$$

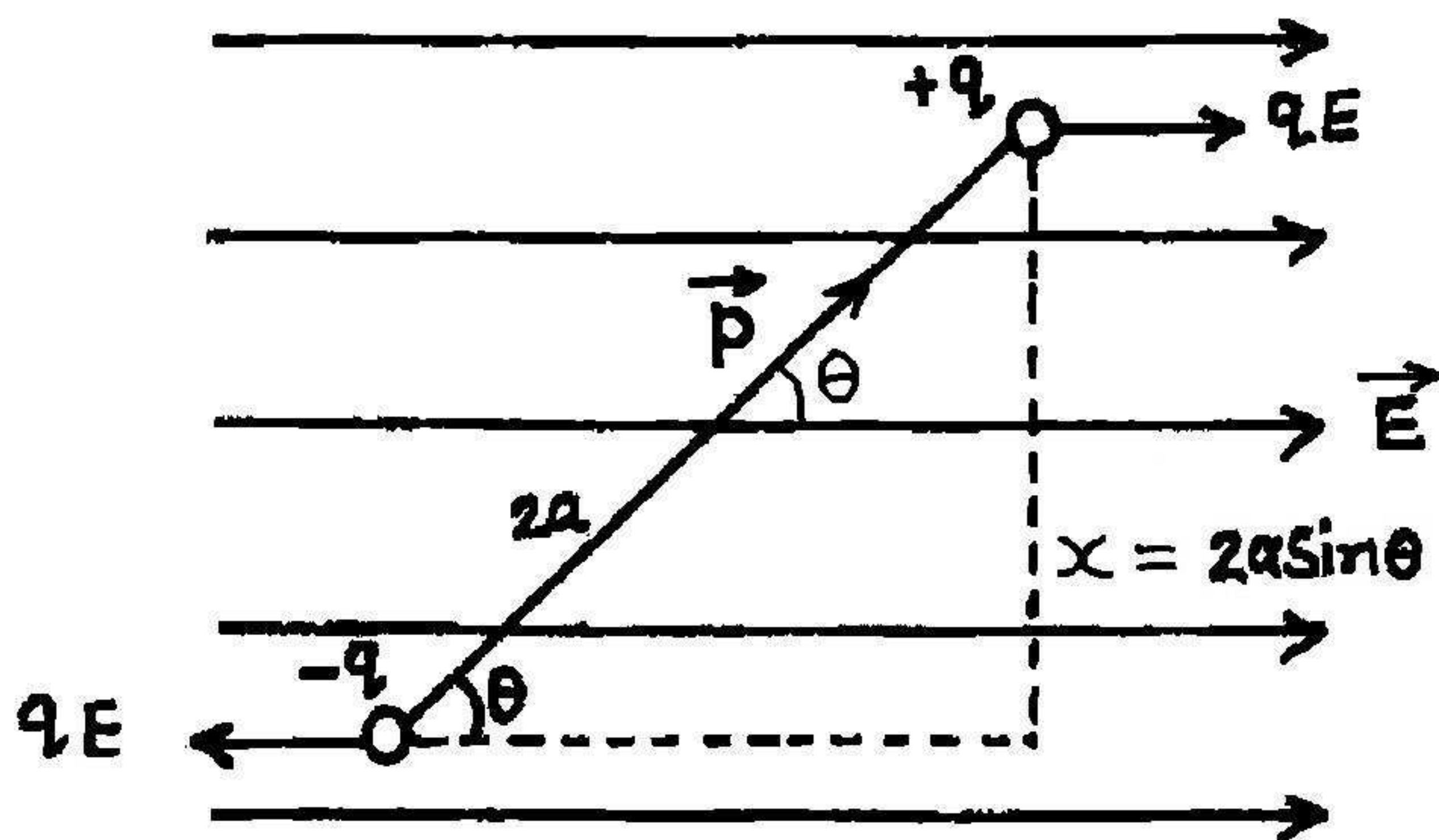
(b) बिन्दु Q पर विद्युत क्षेत्र $E_2 = \frac{KP}{r^3}$

$$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-8}}{(0.15)^2} = 1.33 \times 10^5 \text{ N/C (OA के अनुदिश)}$$

एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण -

माना कि एक विद्युत द्विध्रुव $(q, -q)$ जिसकी लंबाई $2a$ है, E तीव्रता वाले एक समान विद्युत क्षेत्र की दिशा के साथ θ कोण बनाते हुए स्थित है।

द्विध्रुव के आवेशों पर qE बल, एक दूसरे के विपरीत दिशा में कार्य करते हैं जिससे परिणामी बल शून्य रहता है; परन्तु द्विध्रुव पर इन बलों की क्रिया रेखाएँ भिन्न-भिन्न होने के कारण द्विध्रुव पर एक बल आघूर्ण (τ) आरोपित होता है।



बल आघूर्ण (τ) = किसी एक बल का परिमाण $\times$ दोनों बलों की क्रिया रेखाओं के मध्य लम्बवत दूरी

$$\tau = F \times x$$

$$\tau = qE \times 2a \sin \theta$$

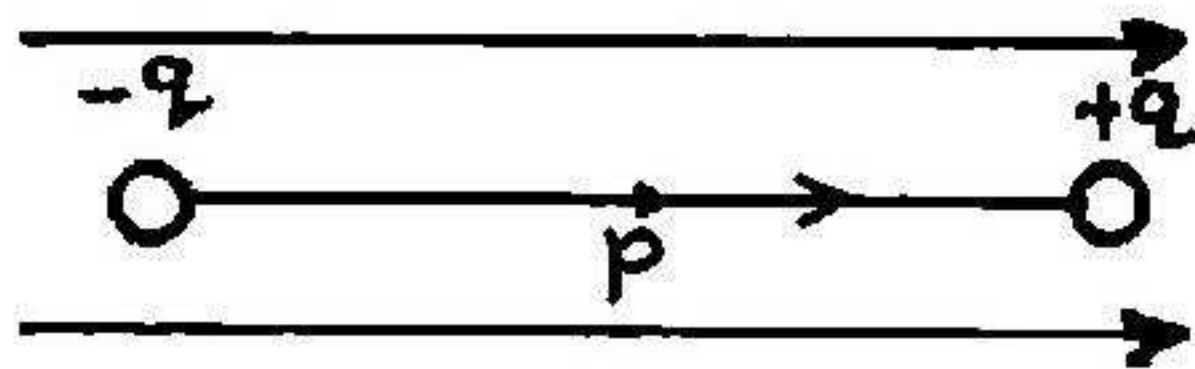
$$\tau = PE \sin \theta$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}}$$

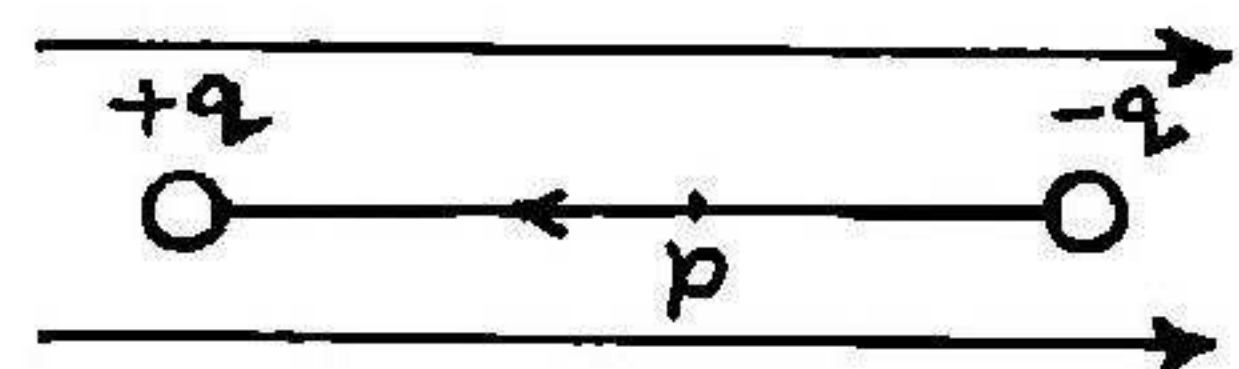
अतः τ की दिशा $\vec{P}$ तथा $\vec{E}$ दोनों के तल के लम्बवत होती है।

* बल आघूर्ण τ द्विध्रुव को घुमाकर विद्युत क्षेत्र की दिशा के अनुरूप करने का प्रयास करता है। अतः इस बल आघूर्ण को प्रत्यानयन बल आघूर्ण कहते हैं।

- * विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित होने पर $\theta = 0^\circ$ हो जाने के कारण $\tau = 0$ हो जाता है। इसे विद्युत द्विध्रुव की स्थायी संतुलन अवस्था कहते हैं।
- * विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा के विपरीत दिशा में संरेखित होने पर $\theta = 180^\circ$ हो जाने से भी $\tau = 0$ हो जाता है। इसे विद्युत द्विध्रुव की अस्थायी संतुलन अवस्था कहते हैं।



(i) स्थायी संतुलन अवस्था



(ii) अस्थायी संतुलन अवस्था

असमान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव -

असमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण दोनों लगते हैं। बल के कारण विद्युत द्विध्रुव अधिकतम तीव्रता वाले क्षेत्र की ओर विस्थापित हो जाता है।

बढ़ता विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$



यहाँ $F_2 > F_1$

अतः द्विध्रुव पर एक परिणामी बल लगता है तथा द्विध्रुव घटते हुए विद्युत क्षेत्र की दिशा में गति करेगा।

बढ़ता विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$



यहाँ $F_2 > F_1$

अतः यहाँ भी द्विध्रुव पर एक परिणामी बल लगता है तथा द्विध्रुव बढ़ते हुए विद्युत क्षेत्र की दिशा में गति करेगा।

Q. किसी क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र E सभी जगह z -दिशा के अनुदिश है परंतु विद्युत क्षेत्र का परिमाण नियत नहीं है, इसमें एक समान रूप से z -दिशा के अनुदिश 10^5 N/C प्रति मीटर की दर से वृद्धि होती है। वह निकाय जिसका कणात्मक z -दिशा में कुल द्विध्रुव आघूर्ण 10^{-7} C-m है, कितना बल तथा बल आघूर्ण अनुभव करता है?

Sol. दिया गया है -

निकाय का द्विध्रुव आघूर्ण (P) $= -10^{-7} \text{ C-m}$.

विद्युत क्षेत्र E में वृद्धि की दर $\frac{dE}{dz} = 10^5 \text{ N/C}$

अतः सूत्र $F = qE$ से निकाय पर आरोपित बल -

$$F = q \times \frac{dE}{dz} \times dl \quad [dl = \text{द्विध्रुव की लंबाई}]$$

$$F = P \times \frac{dE}{dz}$$

$$F = -10^{-7} \times 10^5 = -10^{-2} \text{ N}$$

यहाँ कणात्मक चिह्न का तात्पर्य है कि बल की दिशा $-z$ -अक्ष की दिशा में है।

अतः विद्युत क्षेत्र E तथा द्विध्रुव आघूर्ण P के मध्य कोण $\theta = 180^\circ$ है अतः बल आघूर्ण (τ) -

$$\tau = PE \sin \theta = PE \sin 180^\circ$$

$$\tau = 0$$

अतः निकाय का कुल बल आघूर्ण शून्य होगा।

सतत आवेश वितरण -

यदि किसी वस्तु पर आवेश एक समान रूप से वितरित रहता है तो इसे सतत आवेश वितरण कहते हैं।

यह निम्न तीन प्रकार का होता है -

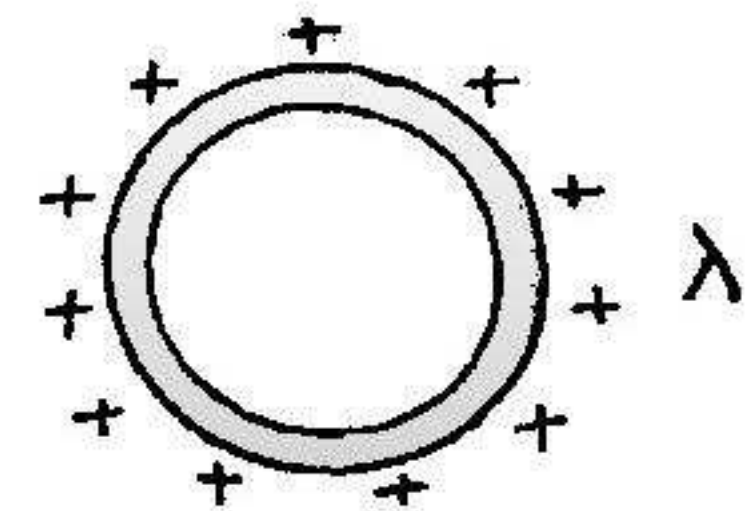
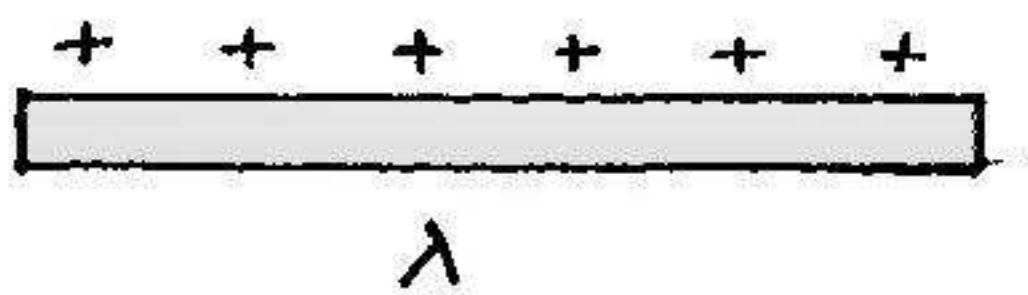
(i) रेखीय आवेश वितरण -

रेखीय वस्तुओं पर आवेश एक समान रेखिक रूप से वितरित होता है तथा इसे रेखिक आवेश घनत्व (λ) से प्रदर्शित किया जाता है।

चालक की प्रति इकाई लंबाई पर आवेश की मात्रा को रेखीय आवेश घनत्व कहते हैं।

$$\lambda = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{चालक की लम्बाई}} = \frac{q}{L} \quad \text{SI मात्रक} = \text{कूलाम/मीटर}$$

उदाहरण - आवेशित सीधा तार, आवेशित वृत्तीय बलय आदि।



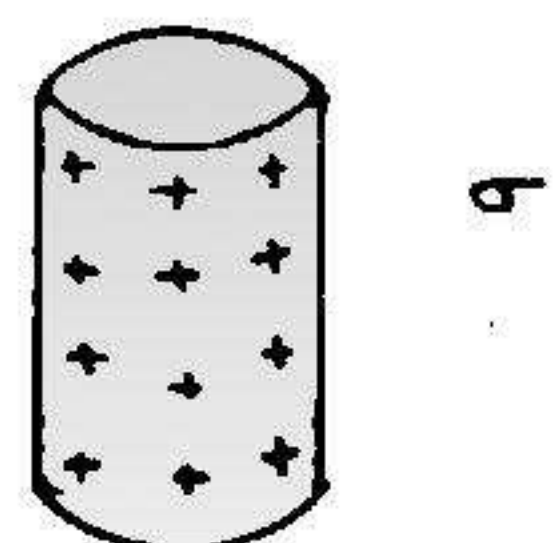
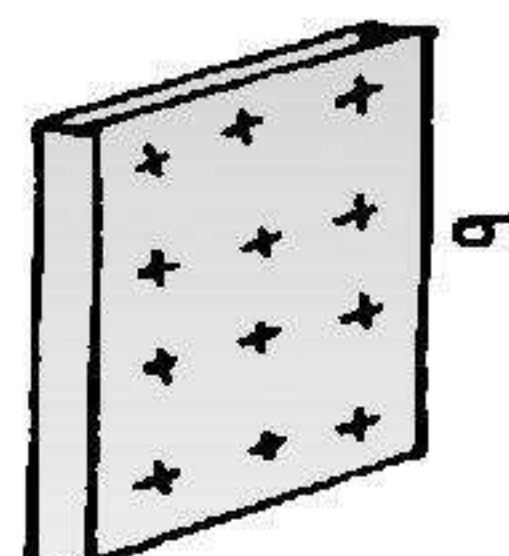
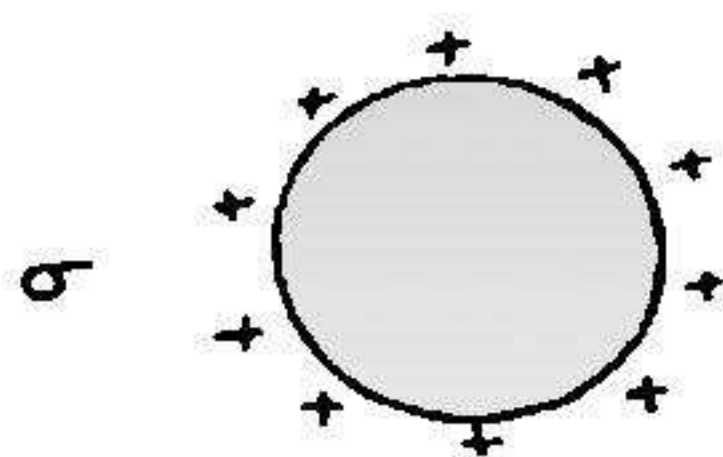
(ii) पृष्ठीय आवेश वितरण -

यदि वस्तु का पृष्ठ सममित हो तो आवेश संपूर्ण पृष्ठ पर एक समान रूप से वितरित होता है तथा इसे पृष्ठीय आवेश घनत्व (σ) से प्रदर्शित किया जाता है।

किसी चालक के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर आवेश की मात्रा को पृष्ठीय आवेश घनत्व कहते हैं।

$$\sigma = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{चालक का क्षेत्रफल}} = \frac{q}{A} \quad \text{SI मात्रक} = \text{कूलाम/मीटर}^2$$

उदाहरण - समतल आवेशित प्लेट, आवेशित चालक गोला, आदि।



(iii) आयतन आवेश वितरण -

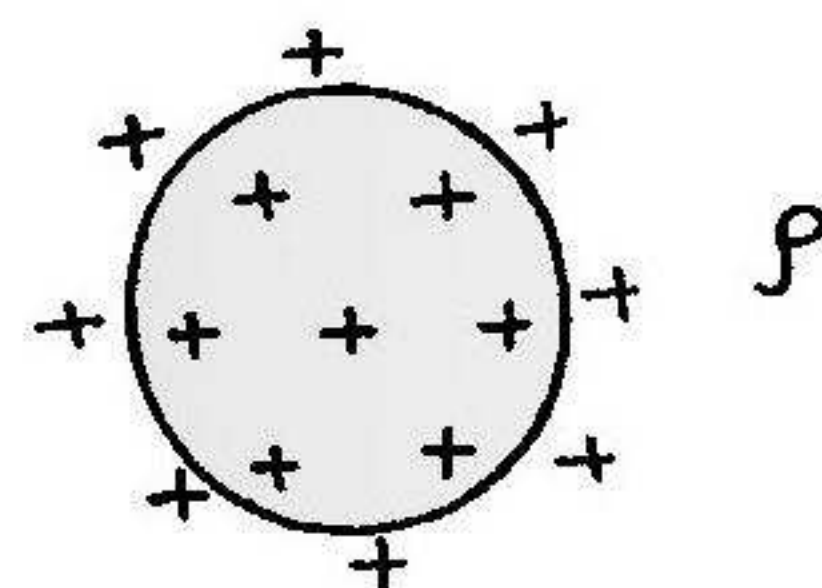
जब आवेश वस्तु के संपूर्ण आयतन में वितरित हो तो इसे आयतन आवेश घनत्व (ρ) द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

चालक के समान आयतन में आवेश की मात्रा को आयतन आवेश घनत्व कहते हैं।

$$\rho = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल आयतन}} = \frac{q}{V}$$

SI मात्रक = कूलाम / मीटर³

उदाहरण - आवेशित कुचालक गोला आदि।



गाउस का नियम -

इस नियम के अनुसार किसी बंद पृष्ठ से गुजरे वाला कुल वैद्युत फ्लक्स (ϕ), बंद पृष्ठ द्वारा परिवह्य कुल आवेश q का $1/\epsilon_0$ गुणा होता है।

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$\epsilon_0 \rightarrow$ निर्वात की विद्युतशीलता

गाउस नियम के अनुप्रयोग के लिए चयन किये जाने वाले पृष्ठ को गाउसीय पृष्ठ कहते हैं।

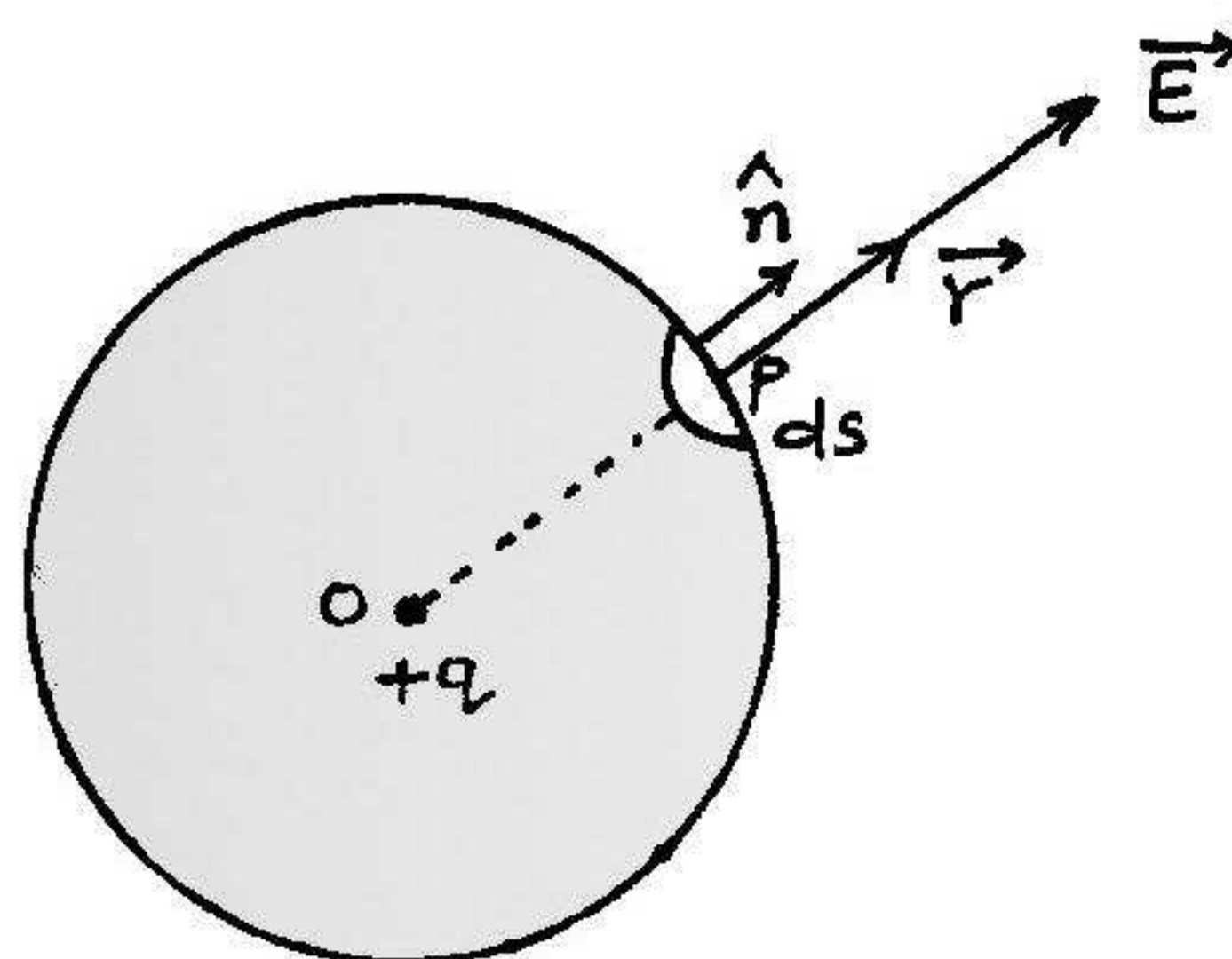
सत्यापन (Proof) -

किसी r त्रिज्या के ऐसे गोले पर विचार करते हैं जिसके केंद्र पर कोई बिंदु आवेश q रखा गया है।

गोले के पृष्ठ पर स्थित किसी बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र -

$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2} \hat{r}$$

यहाँ $\hat{r}$ बिंदु O से P की दिशा में एकसदिश है।



गोलीय पृष्ठ पर बिंदु P के परितः एक क्षेत्रफल अवयव dS क्षेत्रफल अवयव dS से गुजरने वाला फ्लक्स

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Kq}{r^2} dS \cos 0^\circ$$

$$d\phi = \frac{Kq}{r^2} dS$$

गोले से गुजरने वाला कुल फ्लक्स

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \oint_S dS$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 \quad \left[\oint_S dS = 4\pi r^2 \right]$$

अतः

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

— सत्यपित ।

* यदि किसी बंद पृष्ठ में n आवेश $q_1, q_2, \dots, q_n$ हों तो

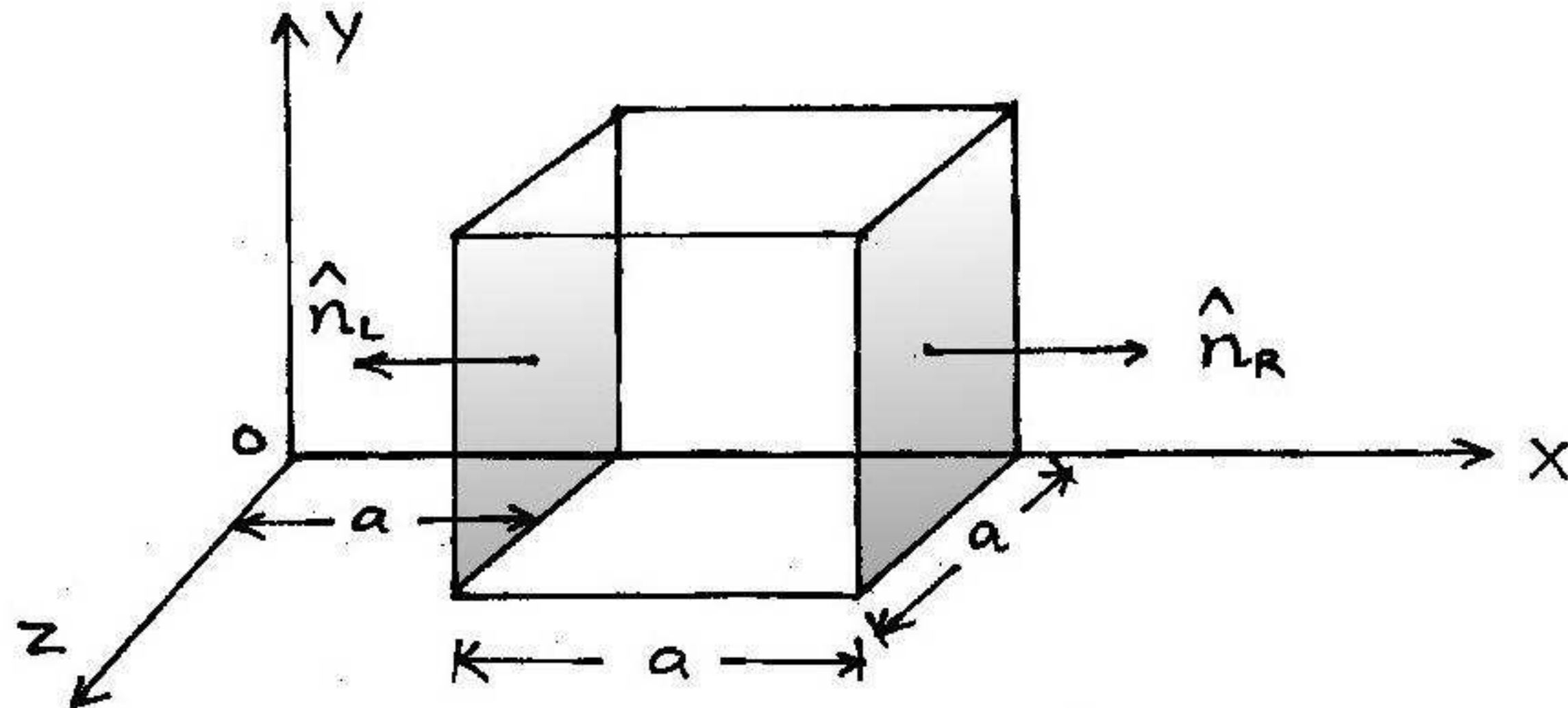
$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

(जहाँ $Q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$)

गाउस नियम से सम्बन्धित महत्वपूर्ण तथ्य -

- (1) गाउस नियम के अनुसार बंद पृष्ठ से निर्गत विद्युत फ्लक्स का मान बंद पृष्ठ के आकार एवं आकृति पर निर्भर नहीं करता है।
- (2) गाउस नियम केवल उन्हीं क्षेत्रों के लिए लागू होता है जो कूलॉम के व्युत्क्रम बर्ग के नियम का पालन करते हैं।
- (3) यदि किसी सममित वस्तु में n समरूप फलक हों और आवेश q इसके केंद्र पर स्थित हो तो इसके प्रत्येक फलक से सम्बद्ध विद्युत फ्लक्स $\phi/n = \frac{q}{n\epsilon_0}$ होता है।
- (4) गाउसीय पृष्ठ को किसी भी विविक्त आवेश से नहीं गुजरना चाहिए। परंतु गाउसीय पृष्ठ सतत आवेश वितरण से गुजर सकता है।

- Q.** चित्र में विद्युत क्षेत्र अवयव $E_x = \alpha x^{1/2}$, $E_y = E_z = 0$ है, जिसमें $\alpha = 800 \text{ N/Cm}^{3/2}$ है। (a) धन से गुजरने वाला फ्लक्स तथा (b) धन के भीतर आवेश ज्ञात कीजिए।
 $a = 0.1 \text{ m}$ मानिए।



Sol.

- (a) यहाँ विद्युत क्षेत्र का केवल x -दिशा में ही अवयव है, अतः धन के चार फलकों जो yz तल के लम्बवत् हैं, के लिए फ्लक्स $\phi = \vec{E} \cdot \vec{ds}$ शून्य होगा।

बाँये फलक पर विद्युत क्षेत्र $E_L = \alpha x^{1/2} = \alpha (a)^{1/2}$

दाँये फलक पर विद्युत क्षेत्र $E_R = \alpha x^{1/2} = \alpha (2a)^{1/2}$

अतः दाँये तथा बाँये फलक से संबंधित कुल फ्लक्स -

$$\phi = \vec{E}_L \cdot \vec{ds} + \vec{E}_R \cdot \vec{ds}$$

$$\phi = \alpha a^{1/2} \times a^2 \cos 180^\circ + \alpha (2a)^{1/2} \times a^2 \cos 0^\circ$$

$$\phi = \alpha a^2 [(2a)^{1/2} - a^{1/2}]$$

$$\phi = \alpha a^{5/2} [\sqrt{2} - 1] = 800 \times (0.1)^{5/2} \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$\phi = 1.05 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

- (b) हम जानते हैं कि

$$\phi = q/\epsilon_0$$

$$q = \phi \epsilon_0$$

अतः $q = 1.05 \times 8.85 \times 10^{-12}$

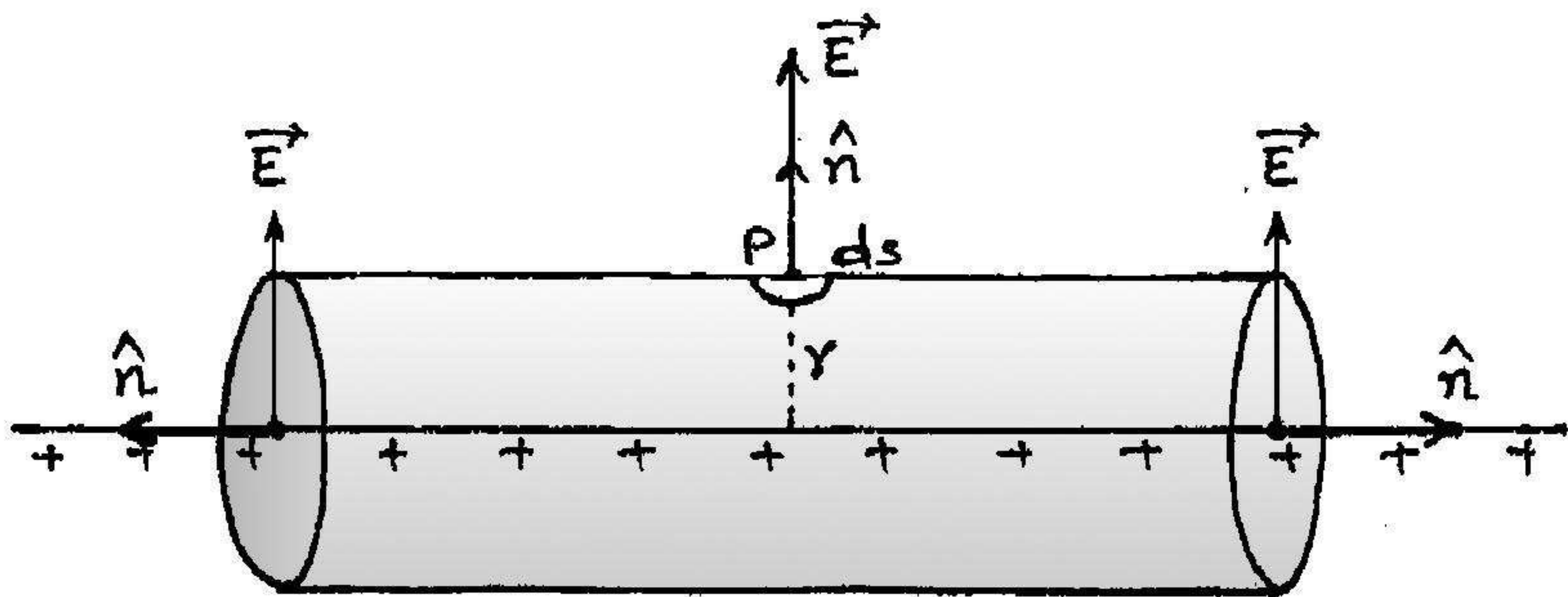
$$q = 9.27 \times 10^{-12} \text{ C}$$

गाउस नियम के अनुप्रयोग

(1) अनंत लम्बाई के आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्र -

किसी अनंत लम्बाई के एक समान रेखिक आवेश घनत्व λ के सीधे पतले तार पर विचार कीजिए।

इस तार के कारण किसी बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात करने के लिए किसी बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ की कल्पना करते हैं जिसकी त्रिज्या r तथा लंबाई l है।



यहाँ विद्युत क्षेत्र तार के प्रत्येक स्थान पर त्रिज्यीय है अतः बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ के दोनों सिरों से गुजरने वाला फ्लक्स शून्य है तथा बेलन के बक पृष्ठ पर $\vec{E}$ तथा $\vec{n}$ के मध्य कोण $\theta = 0^\circ$ होने से फ्लक्स का मान पृष्ठ पर नियत है।

अतः गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स -

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\phi = \oint_S E ds \cos 0^\circ = E \oint_S ds$$

$$\phi = E \times 2\pi r l \quad \left(\oint_S ds = 2\pi r l \right)$$

पृष्ठ में परिवह कुल आवेश $q = \lambda \times l$

अतः गाउस के नियम से - $\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$

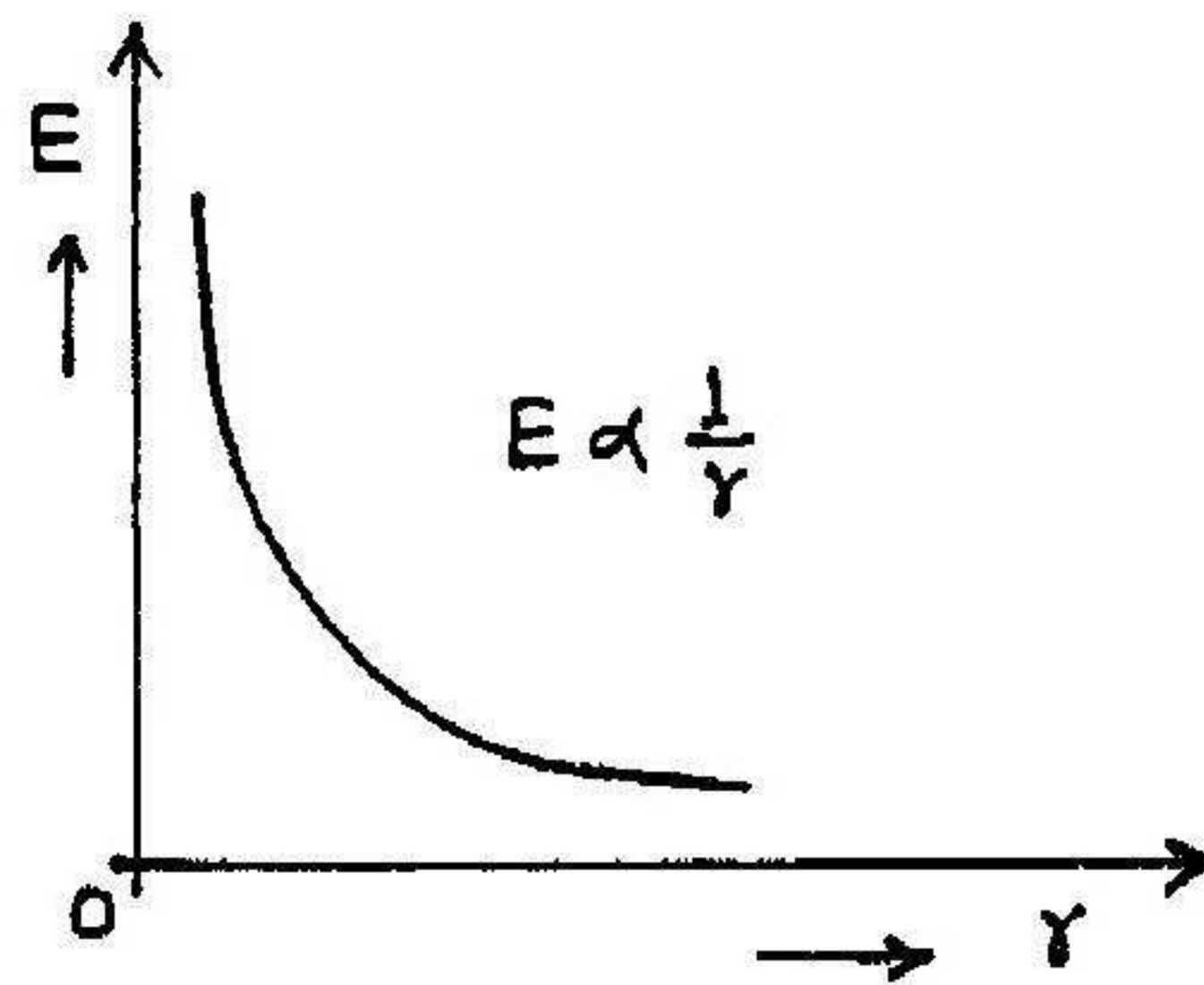
$$E \times 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{n}$$

यहाँ $\hat{n}$ तार के किसी बिंदु के लंबवत तल में त्रिज्य स्तरांक सदिश है।

- ★ जब λ धनात्मक होता है तो विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ तार के लंबवत बाहर की ओर तथा जब λ ऋणात्मक होता है तो विद्युत क्षेत्र तार के लंबवत अंदर की ओर होता है।
- ★ किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र उसकी तार से लम्बवत दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

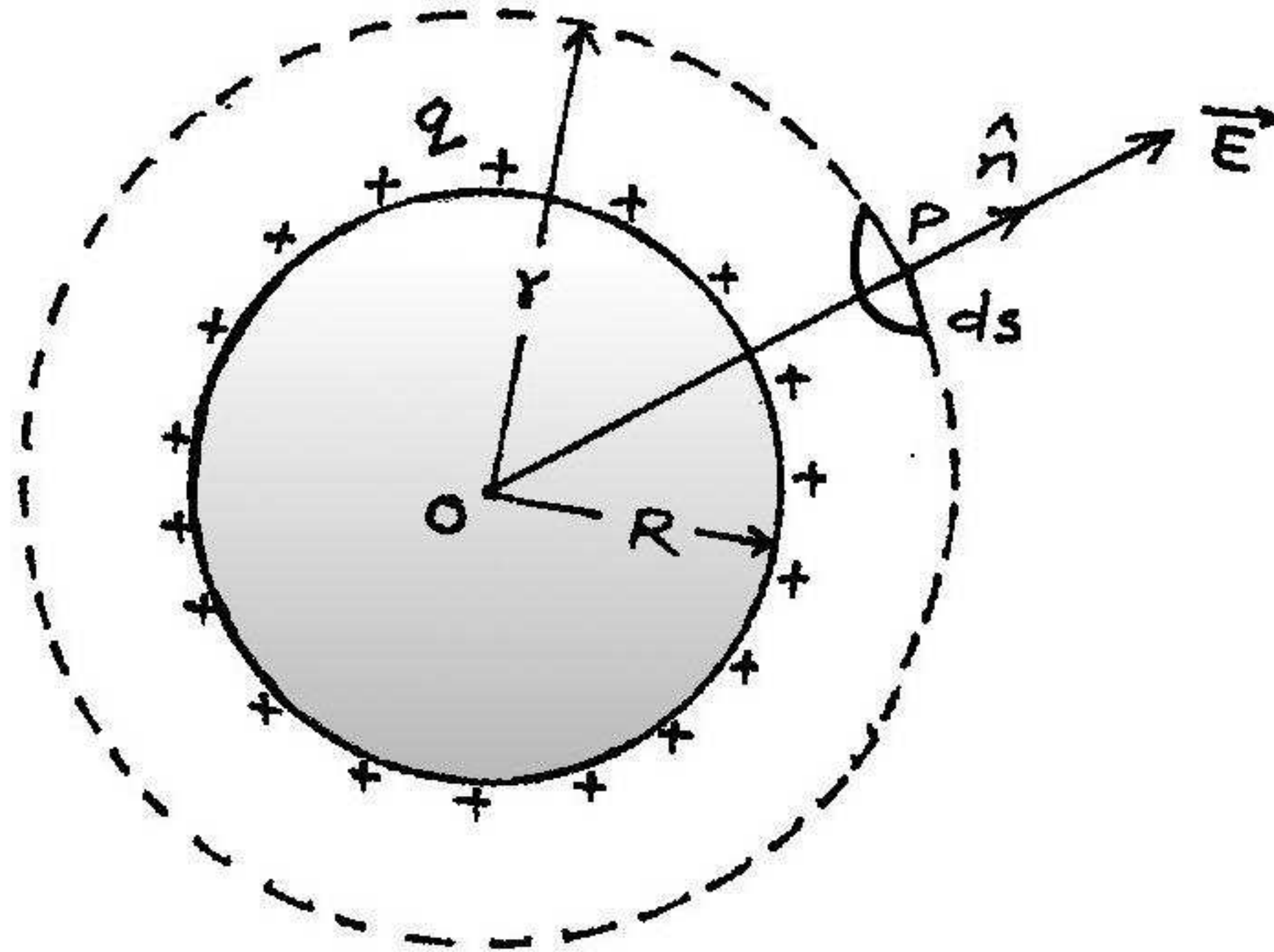
$$E \propto \frac{1}{r}$$



(2) समरूप आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र-

(i) कोश के बाहर विद्युत क्षेत्र-

माना त्रिज्या R के गोलीय कोश की सतह पर q आवेश समान रूप से वितरित है। इस गोले के केन्द्र O से दूरी r ($r > R$) पर स्थित बिन्दु P पर हमें विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ का मान ज्ञात करना है।



अब बिन्दु O को केन्द्र मानकर त्रिज्या r के एक गोलाकार गाउसीय पृष्ठ की कल्पना करते हैं।

गाउस के नियम से - $\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$

यहाँ $\vec{E}$ तथा $d\vec{s}$ की दिशा समान है अतः $\theta = 0^\circ$

$$\oint_S E ds \cos 0^\circ = \oint_S E ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$\therefore \vec{E}$ का परिमाण संपूर्ण पृष्ठ के लिए समान है अतः

$$E \oint_S ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

गोलाकार पृष्ठ के लिए
 $\left[\oint_S ds = 4\pi r^2 \right]$

या

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}}$$

$$E \propto \frac{1}{r^2}$$

* यदि $q > 0$ है तो विद्युत क्षेत्र त्रिज्या के अनुदिश बाहर की ओर तथा यदि $q < 0$ है तो विद्युत क्षेत्र त्रिज्या के अनुदिश अंदर की ओर होता है।

कोश की सतह पर स्थित बिंदु पर विद्युत क्षेत्र-

जब बिन्दु कोश की सतह पर होता है तब उसके लिए केन्द्र से दूरी $r = R$ होती है अतः

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र का मान उसकी सतह पर अधिकतम होता है।

(ii) गोलीय कोश के अन्दर विद्युत क्षेत्र-

माना गोलीय कोश के अन्दर उसके केन्द्र O से r दूरी ($r < R$) पर एक बिन्दु P है जिस पर हमें विद्युत क्षेत्र ज्ञात करना है।

चित्रानुसार O को केन्द्र मानकर r त्रिज्या के एक गोलार्ध पृष्ठ की कल्पना करते हैं।

चूंकि इस पृष्ठ के अन्दर आवेश का मान शून्य है अतः

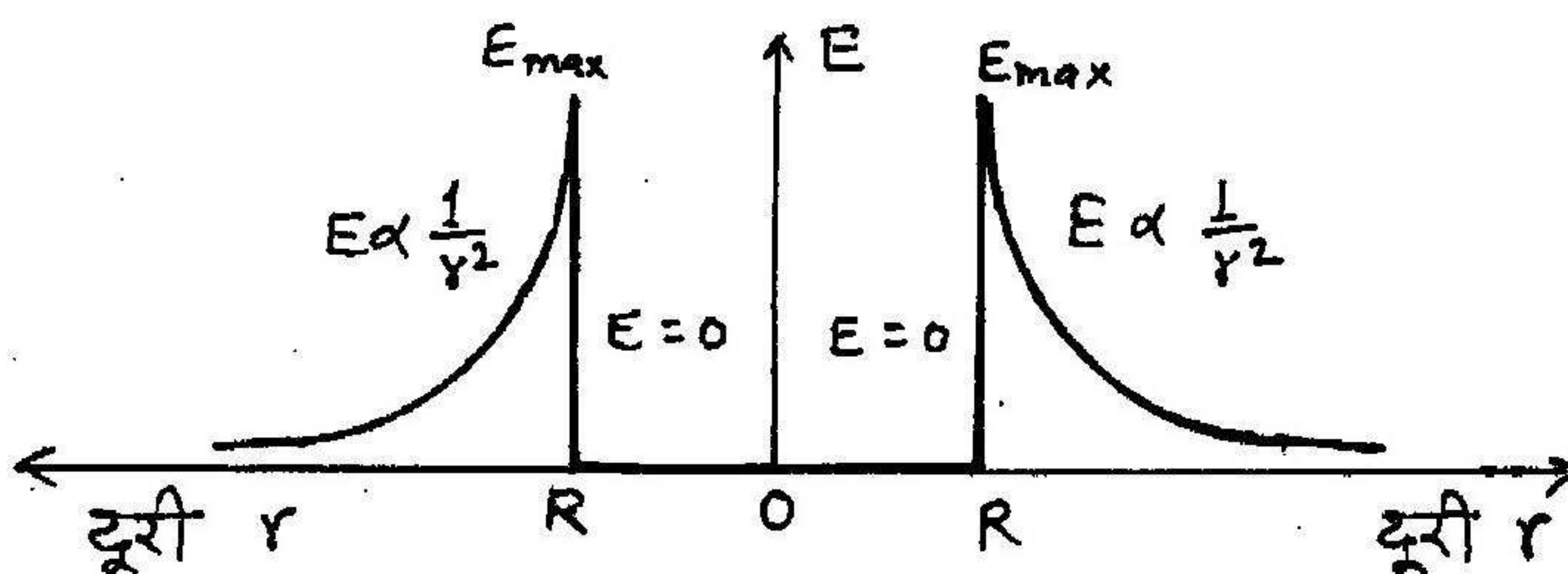
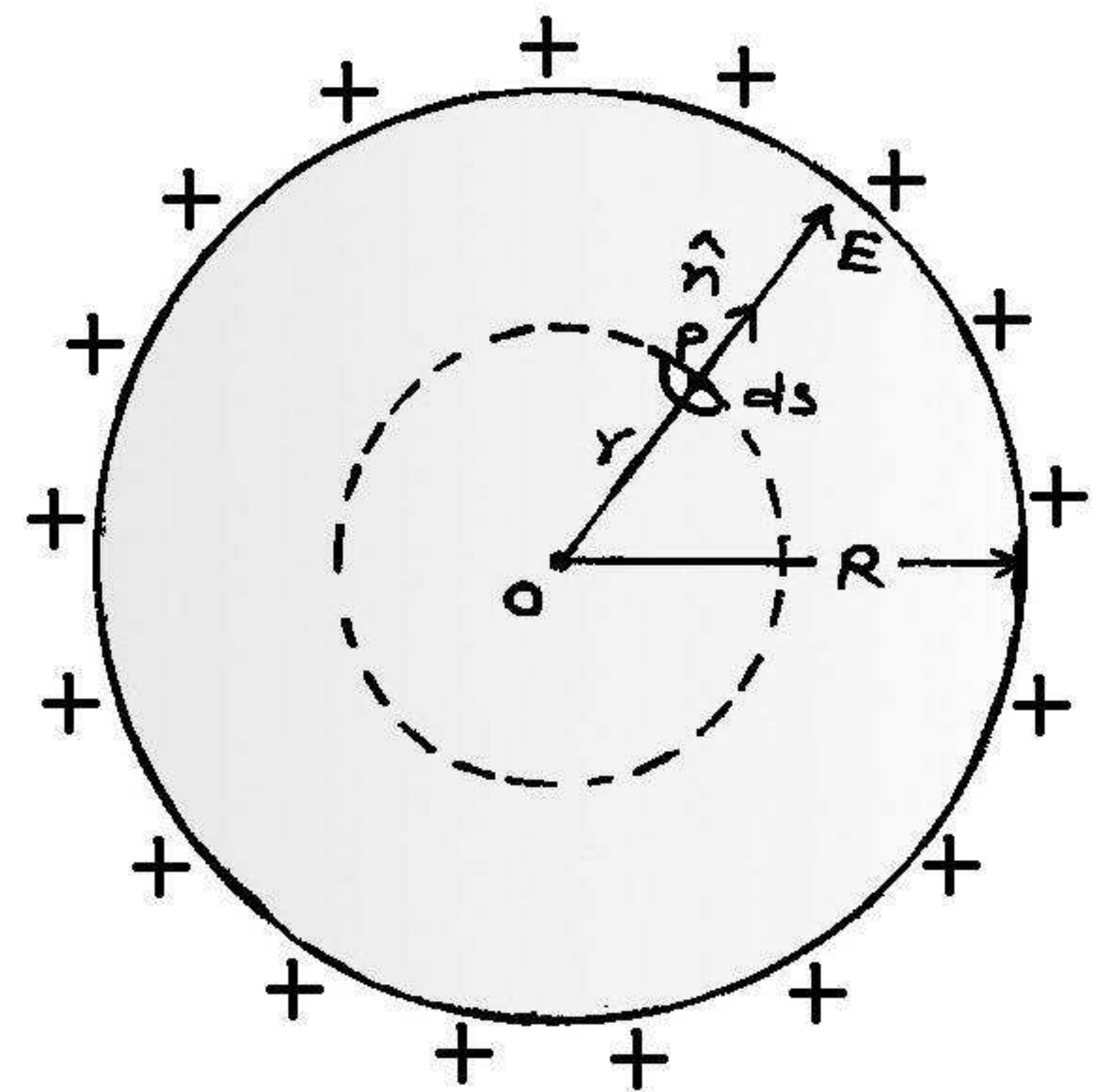
गाउस के नियम से -

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{0}{\epsilon_0}$$

अतः

$$E = 0$$

अर्थात् आवेशित गोलीय कोश के अन्दर विद्युत क्षेत्र का मान शून्य होता है।



चित्र - विद्युत क्षेत्र E में दूरी के साथ परिवर्तन

Q. 10 cm. व्यास के एक गोले को आवेशित किया जाता है, जिससे उसकी सतह पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता 5×10^5 V/m हो जाती है। गोले के केन्द्र से 25 cm. की दूरी पर स्थित $5 \times 10^{-2} \mu\text{C}$ आवेश पर कितना बल लगेगा ?

Sol. माना चालक गोले पर आवेश का मान q कूलॉम है।
गोले की त्रिज्या $R = \frac{10}{2} \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$

$$\text{यहाँ } E = \frac{kq}{R^2} = 5 \times 10^5 \text{ V/m}$$

$$\therefore q = \frac{5 \times 10^5 \times (5 \times 10^{-2})^2}{9 \times 10^9} = \frac{125}{9} \times 10^{-8} \text{ C}$$

आवेशित गोले के बाहर केन्द्र से $25 \text{ cm.} = 25 \times 10^{-2} \text{ m}$ दूरी पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

$$E = \frac{kq}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{125}{9} \times 10^{-8} \times \frac{1}{(25 \times 10^{-2})^2}$$

$$E = 0.2 \times 10^5 \text{ V/m.}$$

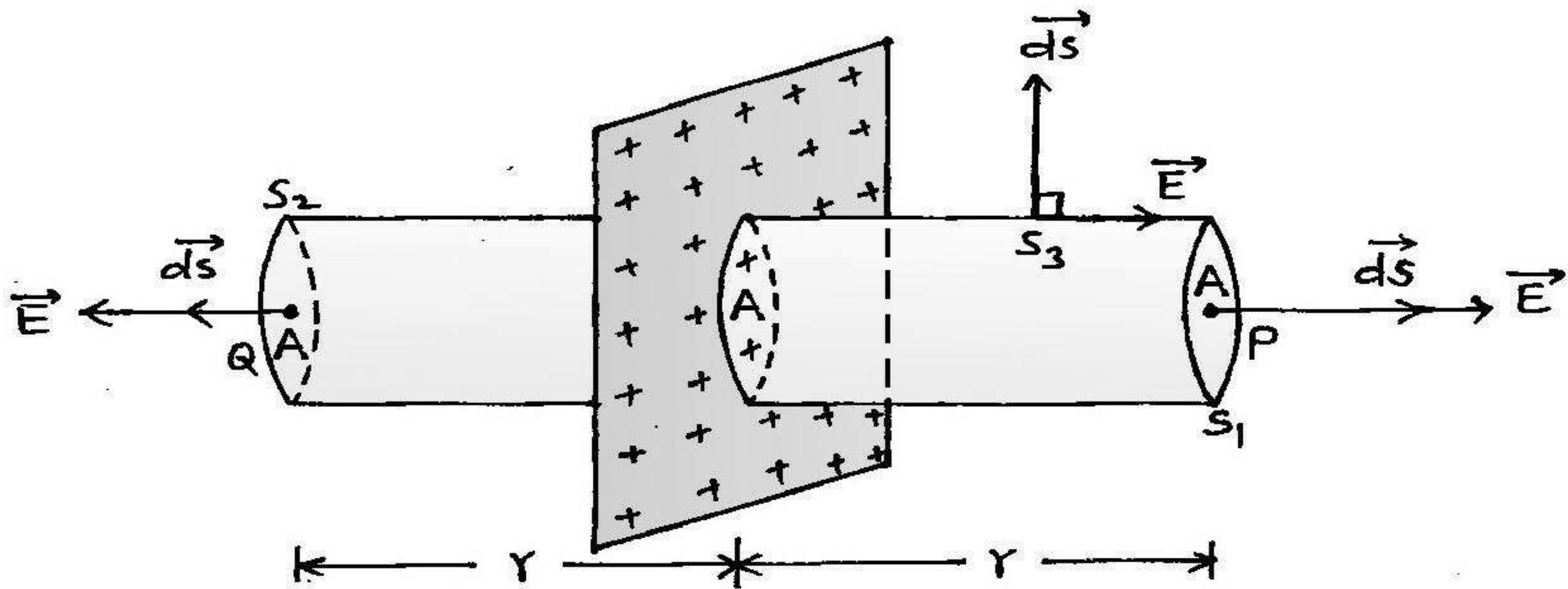
$$\therefore 5 \times 10^{-8} \text{ C आवेश पर बल } F = qE$$

$$F = 5 \times 10^{-8} \times 0.2 \times 10^5 = 0.001 \text{ N}$$

(3) समरूप आवेशित अनंत समतल चादर (परत) के कारण विद्युत क्षेत्र -

माना किसी अनंत समतल परत का पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है। इस परत से लम्बवत् दूरी r पर स्थित किसी बिंदु P पर हमें विद्युत क्षेत्र E ज्ञात करना है।

चित्रानुसार परत के लम्बवत् $2r$ लम्बाई रखें A अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के एक बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ की कल्पना करते हैं जिसके एक वृत्ताकार तल पर बिन्दु P स्थित है।



इस गाउसीय पृष्ठ को तीन भागों में विभाजित किया जा सकता है अतः गाउस के नियम से तीनों पृष्ठों से निर्गत कुल फ्लक्स -

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\int_1 \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_3 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\int_1 E ds \cos 0^\circ + \int_2 E ds \cos 0^\circ + \int_3 E ds \cos 90^\circ = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E \int_1 ds + E \int_2 ds + 0 = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E A + E A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

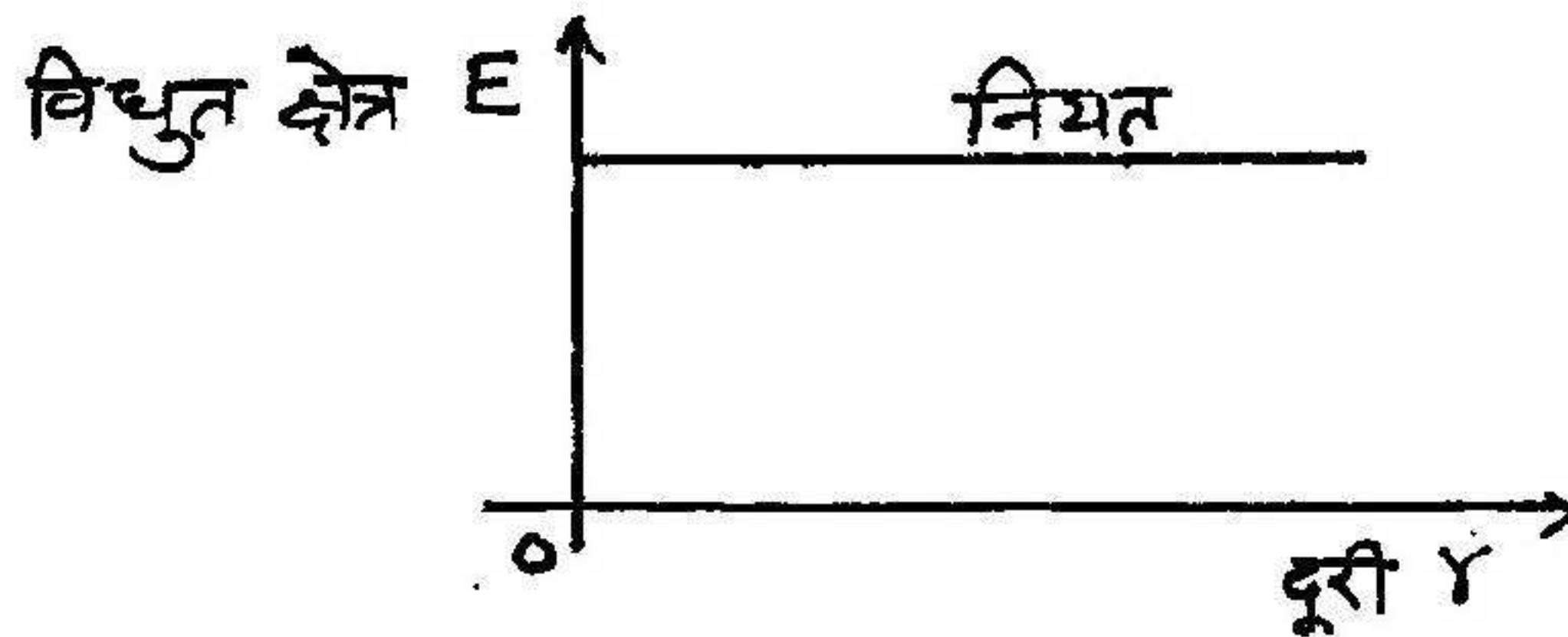
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

अतः

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}}$$

उपरोक्त समीकरण से स्पष्ट होता है कि समरूप आवेशित अनंत परत के कारण विद्युत क्षेत्र परत से बिन्दु की दूरी पर निर्भर नहीं करता है।

- * विद्युत क्षेत्र E की दिशा सदैव परत के लम्बवत् होती है तथा धनावेशित परत से दूर (बाहर की ओर) तथा ऋणवेशित परत की ओर होती है।



चित्र - आवेशित अनंत परत के कारण विद्युत क्षेत्र

- Q.** अनंत विस्तार की दो समान मात्रा में आवेशित पट्टिकाएँ एक-दूसरे के सामने स्थित हैं। इन पृष्ठों के बीच में तथा बाहर किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

Sol. समरूप आवेशित पृष्ठ के निकट किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

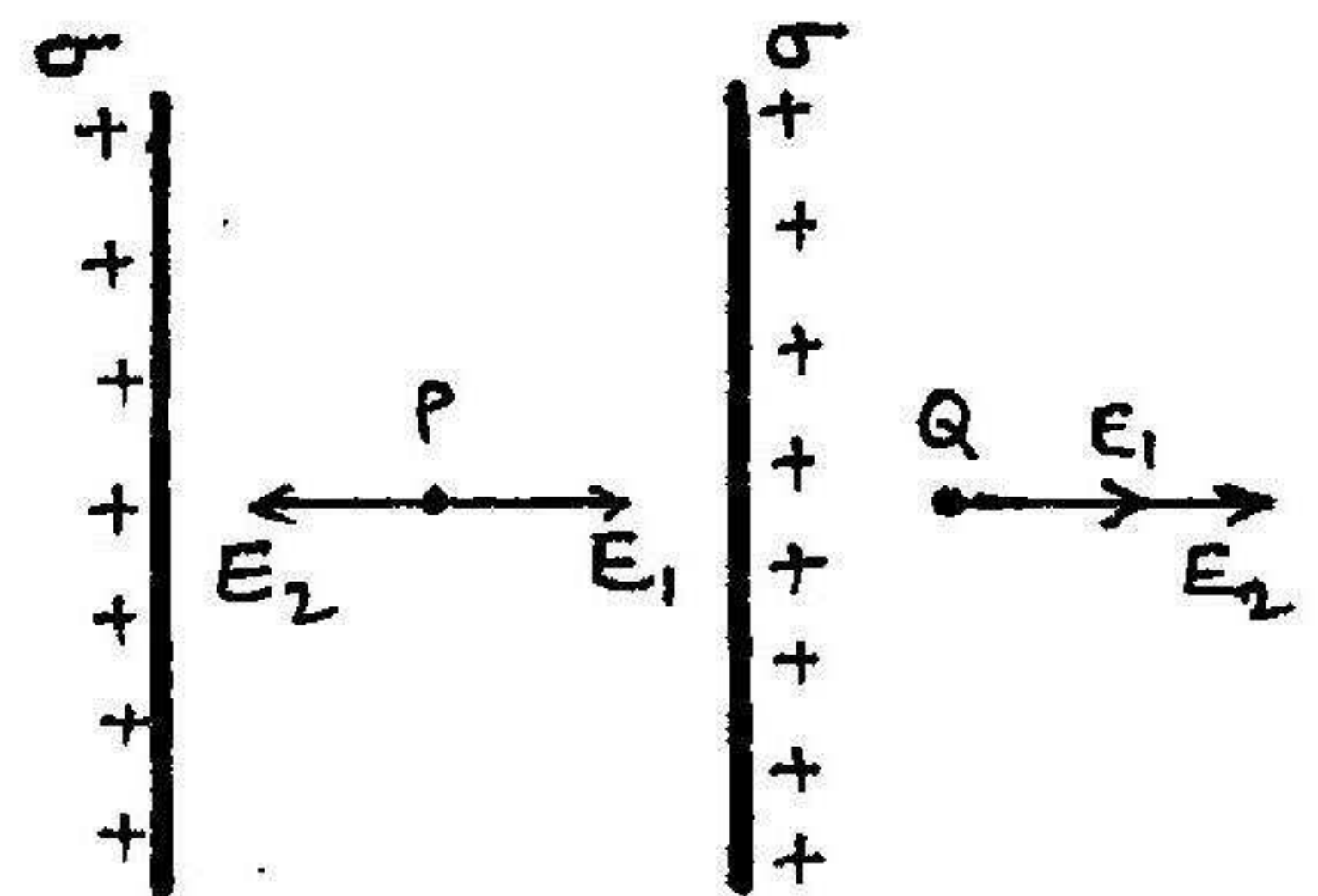
- (i) जब दोनों पट्टिकाओं पर समान मात्रा में समान प्रकृति का आवेश हो -

इस स्थिति में पट्टिकाओं के बीच किसी बिंदु P पर दोनों पट्टिकाओं द्वारा उत्पन्न क्षेत्र विपरीत दिशा में होते हैं।

$$\therefore E_P = E_1 - E_2$$

$$E_P = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

$$E_P = 0$$



पट्टिकाओं के बाहर किसी बिंदु Q पर दोनों पट्टिकाओं द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र एक ही दिशा में होते हैं अतः

$$E_Q = E_1 + E_2$$

$$E_Q = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_Q = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

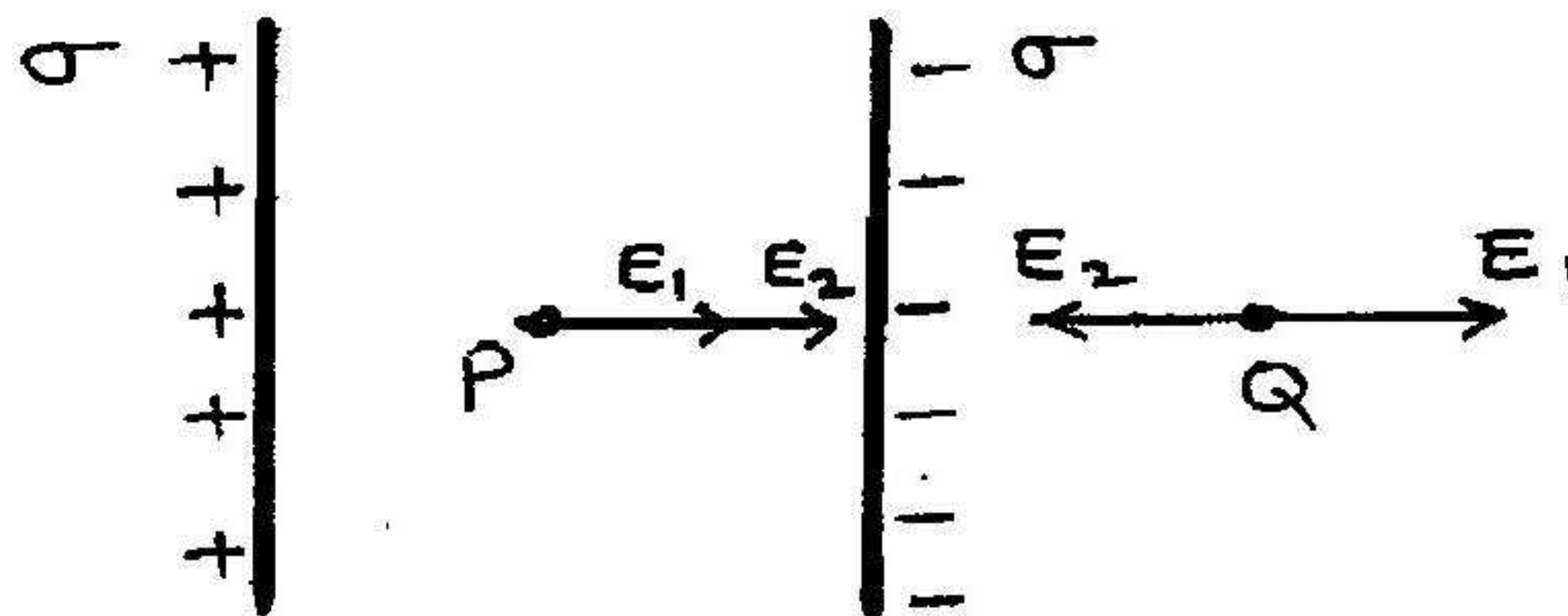
(ii) जब दोनों पट्टिकाओं पर समान मात्रा में विपरीत प्रकृति का आवेश हो-

इस स्थिति में पट्टिकाओं के मध्य किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र एक ही दिशा में होते हैं।

अतः

$$E_P = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_P = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



इस स्थिति में पट्टिकाओं के बाहर किसी बिन्दु Q पर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र विपरीत दिशा में होते हैं-

$$E_Q = E_1 - E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_Q = 0$$

महत्वपूर्ण बिंदु -

- (i) आवेशित गोलीय कोश के लिए $E \propto \frac{1}{r^2}$
- (ii) आवेशित सीधे तार के लिए $E \propto \frac{1}{r}$
- (iii) अनंत लम्बाई की आवेशित समतल परत के लिए $E = \text{Constant}$
अर्थात् विद्युत क्षेत्र दूरी पर निर्भर नहीं करता है।

Q. एक अनंत समतलीय -चादर (परत) जिसका पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma = 5 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ है, $Y-Z$ तल में स्थित है। एक वृताकार क्षेत्र जिसकी त्रिज्या $r = 0.1 \text{ m}$ है तथा जिसका तल का अभिलंब Z -अक्ष से 60° का कोण बनाता है, से निर्गत कुल फ्लक्स ज्ञात कीजिए।

Sol. दिया गया है-

$$\sigma = 5 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2, \quad r = 0.1 \text{ m}, \quad \theta = 60^\circ$$

$$\text{अतः} \quad dS = \pi r^2 = 3.14 \times (0.1)^2$$

$$dS = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

अतः निर्गत कुल फ्लक्स $\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$

$$\phi = E dS \cos \theta = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dS \cos \theta$$

$$\phi = \frac{5 \times 10^{-6}}{2 \times 8.85 \times 10^{-12}} \times 3.14 \times 10^{-2} \times \cos 60^\circ$$

$$\phi = 4.44 \times 10^3 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

Very Important Questions

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न (1 Mark)

Q.1. स्थिर वैद्युत बल, गुरुत्वीय बल की अपेक्षा प्रबल होता है। एक उदाहरण दीजिए। (CBSE 2000)

Q.2. $(200\hat{i} + 300\hat{j})$ वोल्ट/मीटर तीव्रता के समरूप विद्युत क्षेत्र में $5 \times 10^{-3}\hat{j}$ मी² का क्षेत्रफल रखा है। इस क्षेत्रफल से निर्गत विद्युत फ्लक्स का मान कितना होगा ?

Answer - $\phi = 1.5$ वोल्ट-मीटर (CBSE 2002)

Q.3. वैद्युत आवेश की दो मौलिक विशेषताओं के नाम लिखिए। (CBSE 2003)

Q.4. ताँबे के दो गोले A तथा B का द्रव्यमान एक समान है। A को $+Q$ कुलाम तथा B को $-Q$ कुलाम आवेश दिया जाता है, तो आवेशित होने के पश्चात् किस गोले का द्रव्यमान अधिक होगा ? (मा.शि. बोर्ड 2004)

Q.5. निर्वात में कुछ दूरी पर स्थित दो आवेशों के मध्य विद्युत बल F कार्यरत है। अभ्रक की 3mm मोटी एक परत, जिसका परावैद्युतांक 6 है, को दोनों आवेशों के मध्य रखने पर बल का नया मान क्या होगा ?

Answer - $F' = F/6$ (CBSE 2004)

Q.6. आवेशन का कारण क्या है ? (CBSE 2002)

Q.7. एक वैद्युत द्विध्रुव जिसका द्विध्रुव आधूर्ण $20 \times 10^{-6}\text{cm}$ है, बन्द पृष्ठ के अन्दर रख दिया जाता है। पृष्ठ से निर्गत कुल फ्लक्स कितना होगा ? (CBSE 2005)

Q.8. विद्युत द्विध्रुव आधूर्ण की परिभाषा लिखिए। इसका SI मात्रक क्या है ? (CBSE 2011)

लघूत्तरात्मक प्रश्न (2 Marks & 3 Marks)

- Q.1. विद्युत बल रेखाओं को परिभाषित कीजिए। विद्युत बल रेखाओं के कोई तीन गुण लिखिए। (मा. शि. बोर्ड 2006)
- Q.2. विद्युत आवेश के क्वांटमीकरण से क्या अभिप्राय है? किस प्रयोग के द्वारा विद्युत आवेश के क्वांटमीकरण की पुष्टि की गई? (CBSE 2007, 05)
- Q.3. स्थिर वैद्युतिकी में गाउस नियम समझाइये। (मा. शि. बोर्ड, 2005, 07, 11)
- Q.4. वैद्युत फ्लक्स को परिभाषित कीजिए और इसका SI मात्रक लिखिए। (मा. शि. बोर्ड 2008, 2012, 09)
- Q.5. आपेक्षिक विद्युतशीलता की परिभाषा लिखिए। तॉर्बे के परावैद्युतांक का मान लिखिए। (मा. शि. बोर्ड 2010)
- Q.6. किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता की परिभाषा निम्न प्रकार की जाती है -

$$E = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{F}{q_0}$$
 जहाँ q_0 परीक्षण आवेश है और F इस पर लगने वाला बल है। इस सूत्र में $\lim_{q_0 \rightarrow 0}$ का क्या भौतिक महत्व है? (CBSE 2007)
- Q.7. विद्युत आवेशों (i) $q > 0$ (ii) $q < 0$ के लिए वैद्युत बल रेखाएँ खींचीए। (CBSE 2001, 07)
- Q.8. 12 सेमी. त्रिज्या वाले एक गोलीय चालक के पृष्ठ पर $1.6 \times 10^{-7} \text{ C}$ का आवेश एक समान रूप से वितरित है।
 (a) गोले के अन्दर (b) गोले की सतह पर, तथा
 (c) गोले के केंद्र से 18 cm. पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र क्या होगा? (मा. शि. बोर्ड 2003, 09)

निबन्धात्मक प्रश्न (5 Marks) -

Q. 1. गाउस नियम क्या है ? गाउस नियम का उपयोग करके अनन्त लम्बाई के समान रूप से आवेशित चालक के निकट किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।

(मा. शि. बोर्ड 2003, 05, 07, 09, 06)

Q. 2. एक समान आवेशित पतले खोखले गोले के पृष्ठ पर उसके भीतर एवं बाहर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। विद्युत क्षेत्र का गोले के केन्द्र से दूरी के साथ परिवर्तन का लेखाचित्र भी बनाइये।

(मा. शि. बोर्ड 2005, 03, 07)

Q. 3. विद्युत द्विध्रुव किसे कहते हैं ? द्विध्रुव आधूर्ण की परिभाषा दीजिए। किसी विद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के लिए सूत्र ज्ञात कीजिए।

(मा. शि. बोर्ड 2004, 08, 12)

Q. 4. विद्युत द्विध्रुव को परिभाषित कीजिए। वैद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी निरक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

(मा. शि. बोर्ड 2007, 11, 05, 10)

Q. 5. विद्युत द्विध्रुव व द्विध्रुव आधूर्ण क्या है ? एक वैद्युत द्विध्रुव को समरूप विद्युत क्षेत्र में रखने पर इस पर कार्यरत विद्युत बल आधूर्ण का सूत्र ज्ञात कीजिए।

(मा. शि. बोर्ड 2011, 07, 05)

Q. 6. गाउस नियम को परिभाषित कीजिए। इसकी सहायता से समरूप आवेशित अनन्त पृष्ठ के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2009, 12, 05)

Q.7. a मीटर भुजा वाले वर्ग के चारों कोनों पर क्रमशः $+q$, $-2q$, $+3q$ एवं $-4q$ कुलाम आवेश स्थित हैं। सिद्ध करो कि उसके केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\sqrt{2}q}{a^2} \frac{N}{C}$ है।

(मा. शि. बोर्ड 2007, 2001)

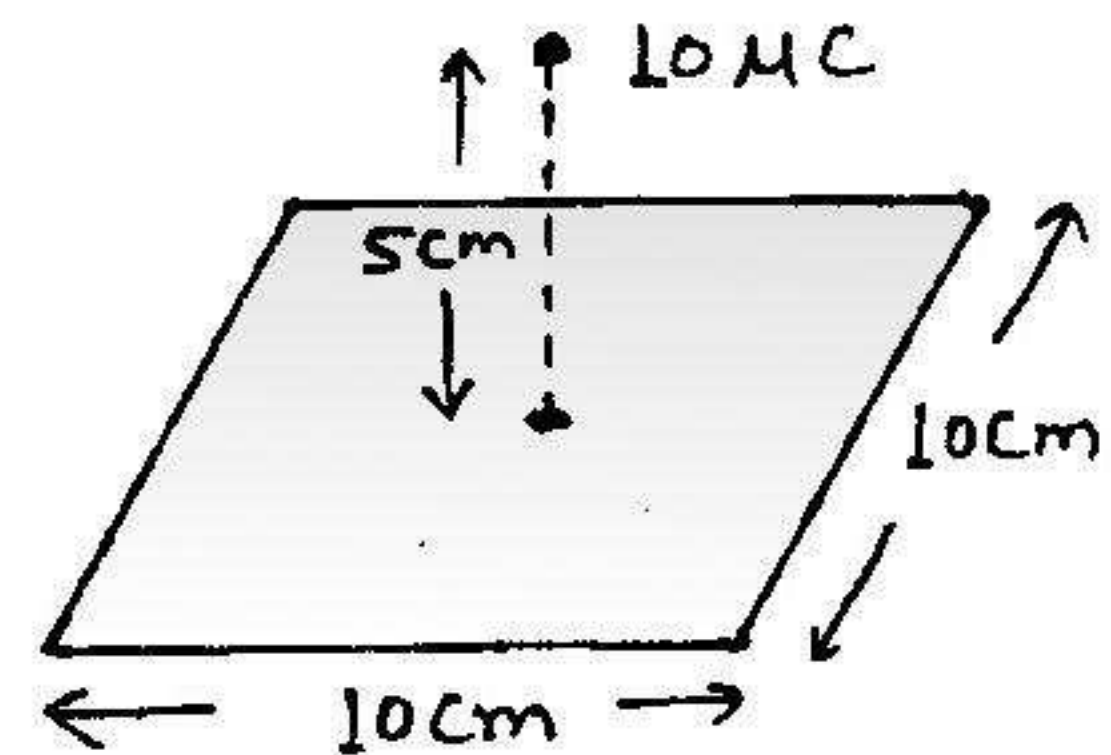
Q.8. अनन्त रेखीय आवेश का आवेश घनत्व $2 \mu C/m$ है। विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के मान को उस बिन्दु पर सात कीजिए जो इस रेखीय आवेश से लम्बवत् 5 सेमी. दूरी पर रखा है।

Answer = $7.2 \times 10^5 \text{ N/C}$.

(CBSE 2011, 01)

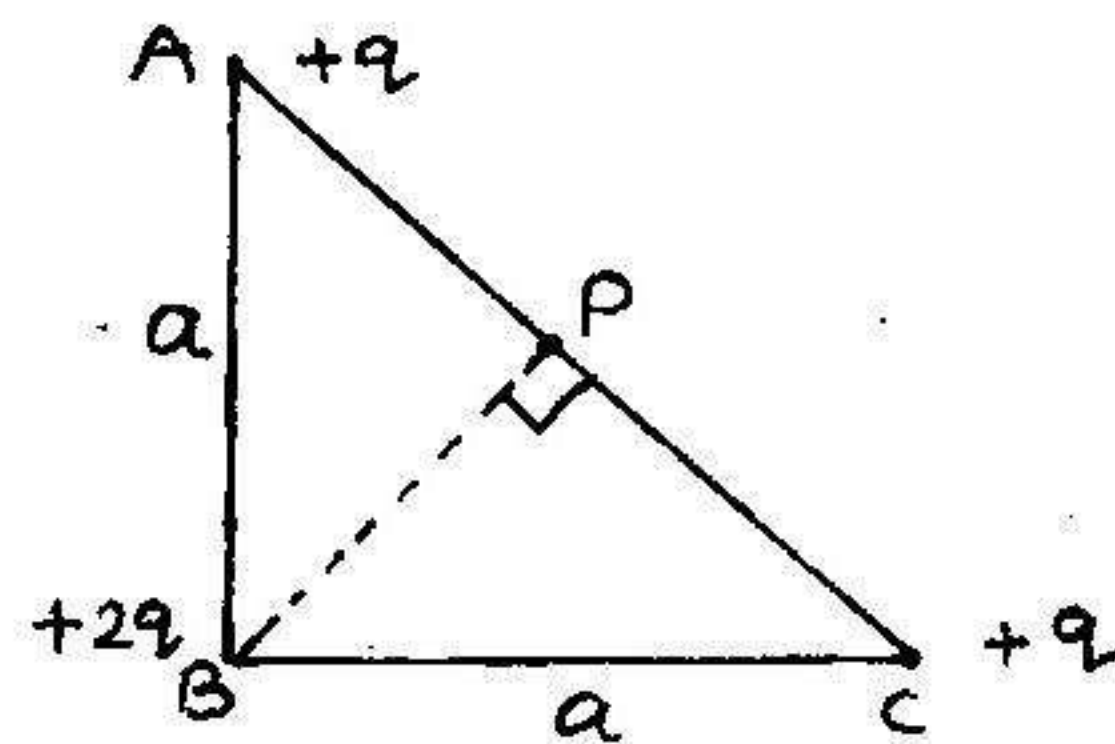
Q.9. चित्र में दर्शाये अनुसार 10 cm भुजा के किसी वर्ग के केन्द्र से ठीक 5 cm ऊँचाई पर कोई $+10 \mu C$ आवेश रखा है। इस वर्ग से गुजरने वाले विद्युत फ्लक्स का परिमाण क्या है ?

Answer - $\phi = 1.88 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$



Q.10. तीन आवेश $+q$, $+q$ तथा $+2q$ चित्रानुसार व्यवस्थित हैं। भुजा AC के मध्य में स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र कितना होगा।

Answer - $E = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}$



Q.1 किसी वस्तु को कितने प्रकार से आवेशित किया जा सकता है ?

Q.2. एक बंद पृष्ठ में प्रवेशित और निर्गत विद्युत फ्लक्स के मान क्रमशः $4 \times 10^{12} \text{ v.m}$ और $8 \times 10^{12} \text{ v.m}$ हैं। इस बंद पृष्ठ के भीतर आवेश का मान तथा प्रकृति बताइये।

Ans. - $q = -35.4 \text{ C}$

Q.3. एक विद्युत द्विध्रुव जिसका द्विध्रुव आधूर्ण $20 \times 10^{-6} \text{ C.m}$ है, बंद पृष्ठ के अंदर रख दिया जाता है। पृष्ठ से निर्गत कुल फ्लक्स कितना होगा ?

Ans. - शून्य

Q.4. आपेक्षिक विद्युतशीलता / परावैद्युतांक की परिभाषा दीजिए। तांबे के लिए परावैद्युतांक का मान लिखिए।

Q.5. HCl अणु में H^+ तथा Cl^- आयन के मध्य की दूरी $1.28 \text{ \AA}$ है। अणु के द्विध्रुव आधूर्ण की गणना कीजिए।

Ans. $p = 2.048 \times 10^{-29} \text{ C.m.}$

Q.6. 1 m^2 क्षेत्रफल वाले दो धात्विक पृष्ठ एक दूसरे के समांतर 0.05 m की दूरी पर रखे हैं। दोनों पर समान परिमाण के किंतु विपरीत आवेश हैं। यदि दोनों के बीच विद्युत क्षेत्र का मान 55 V/m है तो आवेश का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. - $q = 4.87 \times 10^{-10} \text{ C}$

Q.7. किसी विद्युत क्षेत्र में कोई इलेक्ट्रॉन रखा है। यदि इसके स्थान पर एक प्रोटॉन रख दिया जाये तो इनके द्वारा अनुभव किये गये बलों में क्या संबंध होगा ?

Q.8. यदि विद्युत द्विध्रुव के केंद्रीय बिंदु से प्रेक्षण बिंदु की दूरी आधी कर दी जाये तो विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कितने गुना हो जायेगी ?

Ans. - 8 गुना

Q.9. दो समान आवेशयुक्त बिंदु आवेश परस्पर 1 m दूरी पर रखे होने पर 8N बल का अनुभव करते हैं। यदि ये आवेश इतनी ही दूरी पर जल में रख दिये जायें तो उनके बीच कितना बल अनुभव होगा ?

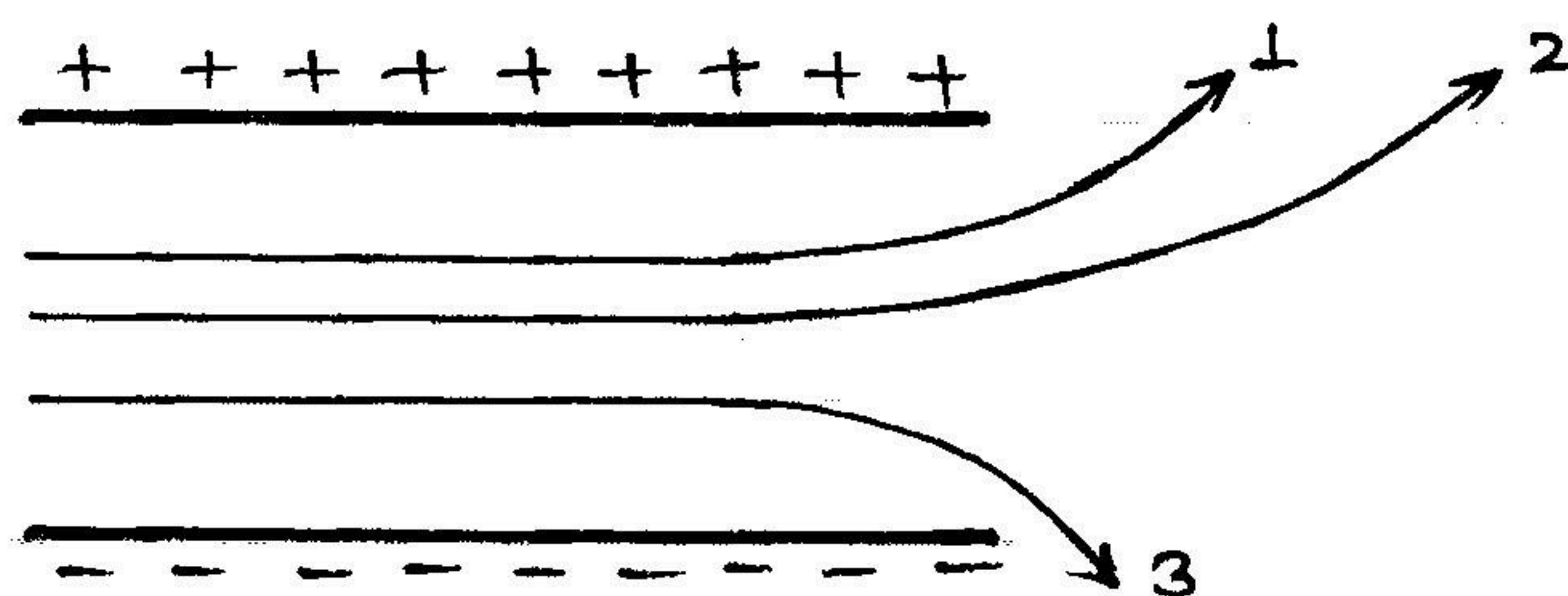
Ans. - 0.1N

Q.10. दो बिंदु आवेश एक दूसरे से r दूरी पर रखे हैं। इनके कारण किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य है। परन्तु बिंदु इन आवेशों के बीच में नहीं है बल्कि उनको जोड़ने वाली रेखा पर है, ऐसा होने के लिए दो आवश्यक शर्तें लिखिए।

Q.11. समान आवेश वाले दो धनायन एक दूसरे को 3.7×10^{-9} N बल से प्रतिकर्षित करते हैं जबकि उनके बीच की दूरी 5 Å है। प्रत्येक आयन में सामान्य अवस्था की तुलना में कितने इलेक्ट्रॉन कम हैं ?

Ans. - $n = 2$

Q.12. चित्र में किसी एकसमान विद्युतक्षेत्र में तीन आवेशित कणों के पथचिह्न दर्शाए गये हैं। तीनों आवेशों के चिह्न लिखिए। इनमें से किस कण का आवेश-संहति (q/m) अनुपात अधिक है ?



Q.13. (a) विद्युत क्षेत्र रेखा एक सतत वक्र होती है अर्थात् कोई विद्युत क्षेत्र रेखा एकाएक नहीं टूट सकती। क्यों ?

(b) स्पष्ट कीजिए कि दो विद्युत क्षेत्र रेखाएँ कभी भी एक दूसरे का प्रतिच्छेदन क्यों नहीं करती ?

Q.14. किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की परिभाषा दीजिए। इसका SI मात्रक भी बताइये।

Q.15. विद्युत फ्लक्स की परिभाषा दीजिए। गाउस का नियम क्या है ? विद्युत फ्लक्स सदिश राशि है या अदिश ?

— All the Best !—